

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»
Инженерно-физический факультет высоких технологий
Кафедра радиопизики и электроники

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
по дисциплине «Квантовая электроника»

Санников Д.Г.

Ульяновск 2019

Учебно-методическое пособие по дисциплине «Квантовая электроника» для студентов бакалавриата по направлению 03.03.03 «Радиофизика», очная форма обучения. Санников Д.Г. Ульяновск: УлГУ, 2019.

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено для студентов направления 03.03.03 «Радиофизика», изучающих дисциплину «Квантовая электроника». В пособии содержатся описания лабораторных работ, включая постановку задачи, краткие теоретические сведения, порядок выполнения работы, а также контрольные вопросы. Рекомендовано к использованию Ученым советом инженерно-физического факультета высоких технологий УлГУ, протокол №11 от «18» июня 2019 г.

Содержание

Введение.....	4
Лабораторная работа № 1. Исследование характеристик теплового излучения лампы накаливания	5
Лабораторная работа № 2. Фотодиоды.....	13
Лабораторная работа №3. Исследование свойств фотоэлемента.....	28
Лабораторная работа № 4. Дифракция света на стоячей ультразвуковой волне	35
Лабораторная работа № 5. Магнитооптический эффект Фарадея.....	49
Лабораторная работа №6. Электрооптический эффект в кристаллических средах.....	61
Лабораторная работа №7. Энергетические характеристики излучения газоразрядного лазера.....	75
Лабораторная работа № 8. Плоский волновод – одномерная потенциальная яма.....	84

Введение

Настоящий лабораторный практикум предназначен для знакомства студентов с физическими основами радиофизики (квантовой электроники). Эта область науки и техники изучает методы усиления и генерации электромагнитных волн, основанные на использовании вынужденного излучения, а также свойства квантовых усилителей и генераторов и их применение. Основными достоинствами оптических квантовых генераторов (лазеров) являются высокая направленность, монохроматичность и интенсивность их излучения. Квантовые генераторы радиодиапазона отличаются от других радиоустройств высокой стабильностью частоты генерируемых колебаний, а квантовые усилители радиоволн – предельно низким уровнем шумов.

В основе квантовой радиофизики лежат три основных положения:

- 1) энергия электромагнитного излучения состоит из квантов, дискретность которых проявляется при их взаимодействии с веществом;
- 2) излучения света высокой интенсивности определяется эффектом вынужденного испускания фотонов;
- 3) фотоны описываются распределением Бозе–Эйнштейна, т.е. на одну моду (осциллятор поля) приходится неограниченное число квантов, что определяет существование классической когерентной волны.

Важными задачами практикума являются выработка у студента творческого подхода к решению экспериментальных задач, самостоятельности и умения отделять главное от второстепенного.

Студенту необходимо научиться делать четкие выводы из сопоставления эксперимента и теории, понимать роль идеализаций в физике, пользоваться компьютерными средствами для обработки результатов, в частности, нахождения погрешностей измерений.

Лабораторные работы охватывают широкий круг явлений, связанных с квантовой оптикой и взаимодействия света с веществом (работы № 1–3), акусто-, магнито- и электрооптическими эффектами для управления лазерным излучением (работы № 4–6), генерационными процессами в лазерах (работа № 7) и оптоэлектроникой (работа № 8). Необходимый справочный материал приводится в таблицах и графиках, а принцип работы каждой установки описывается с использованием функциональных и принципиальных схем.

Лабораторная работа № 1. Исследование характеристик теплового излучения лампы накаливания

Цель работы: изучить излучение электромагнитных волн нагретым телом (нити накала электрической лампы); экспериментально проверить закон Стефана-Больцмана; рассчитать коэффициент черноты и длину волны, при которой спектральная плотность энергетической светимости тела достигает максимума.

Приборы и оборудование: ламповый блок со встроенным амперметром, лампы накаливания, регулируемый источник питания со встроенным вольтметром.

Теоретическое введение

Основные характеристики и законы теплового излучения

Электромагнитное излучение, испускаемое веществом за счет его внутренней энергии, называется тепловым излучением. Тепловое излучение имеет место при любой температуре, однако при невысоких температурах излучаются практически лишь инфракрасные электромагнитные волны. Если распределение энергии между телом и излучением остается неизменным для каждой длины волны, состояние системы «тело–излучение» будет равновесным. Примером является система, состоящая из испускающего тепловое излучение тела, окруженного идеально отражающей оболочкой. Отметим, что тепловое излучение является единственным видом излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами. Все остальные виды излучений (например, люминесценция) оказываются неравновесными.

Основными характеристиками теплового излучения являются:

1. Спектральная плотность энергетической светимости

$$r_{\omega} = \frac{dW_{\text{изл.}}}{d\omega},$$

численно равная отношению энергии $dW_{\text{изл.}}$, излучаемой за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ω до $\omega + d\omega$, к ширине $d\omega$ этого интервала. Единица измерения – Дж/м².

2. Энергетическая светимость

$$R_e = \int_0^{\infty} dW_{\text{изл.}} = \int_0^{\infty} r_{\omega} d\omega$$

– энергия электромагнитных волн всевозможных частот (от 0 до ∞), излучаемая за единицу времени с единицы площади поверхности тела. Единица измерения – Вт /м².

3. Спектральная поглощательная способность

$$a_{\omega} = \frac{dW_{\text{погл.}}}{dW_{\text{пад.}}}$$

показывает, какая доля энергии электромагнитных волн с частотами от ω до $\omega + d\omega$, падающих на поверхность тела, поглощается им. Здесь $dW_{\text{погл.}}$ и $dW_{\text{над.}}$ – доли поглощенной и падающей энергии. Часть падающей энергии отражается от поверхности тела:

$$dW_{\text{отр.}} = dW_{\text{над.}} - dW_{\text{погл.}} = dW_{\text{над.}}(1 - a_{\omega}).$$

Перечисленные характеристики являются функциями температуры.

Согласно закону Кирхгофа при тепловом равновесии отношение спектральной плотности энергетической светимости r_{ω} любого тела к его спектральной поглощающей способности a_{ω} не зависит от природы тела и является универсальной функцией температуры тела и частоты излучения:

$$\frac{r_{\omega}}{a_{\omega}} = f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\exp(\hbar \omega / kT) - 1} \quad (1)$$

где \hbar – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, k – постоянная Больцмана, T – температура, К.

По определению, a_{ω} не может быть больше единицы. Для тела, полностью поглощающего при любых температурах все падающее на него излучение, $a_{\omega} = 1$. Такое тело называется абсолютно черным. Серым телом называется тело, спектральная поглощающая способность которого зависит только от температуры и не зависит от частоты (длины волны) излучения. Если спектральная поглощающая способность тела зависит и от частоты электромагнитного излучения, то для таких (не серых) тел введено понятие средней спектральной поглощающей способности при данной температуре или, что то же самое, коэффициента черноты ε ($0 \leq \varepsilon \leq 1$).

По закону Стефана-Больцмана энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры:

$$R_e^* = \sigma T^4, \quad (2)$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана.

Для абсолютно черного тела в условиях термодинамического равновесия

$$dW_{\text{над.}} = dW_{\text{погл.}} = dW_{\text{изл.}}; \quad r_{\omega}^* = f(\omega, T).$$

Таким образом, функция $f(\omega, r)$ определяет спектральную плотность энергетической светимости абсолютно черного тела. Интегрирование выражения (1) по $d\omega$ в пределах от 0 до ∞ приводит к зависимости (2).

Энергетическая светимость не черного (в частности, серого) тела

$$R_e = \varepsilon \sigma T^4. \quad (3)$$

Однако в этом случае коэффициент черноты зависит от материала тела, состояния его поверхности и температуры. В случае не серого тела из закона Кирхгофа следует, что $r_{\omega} = \varepsilon f(\omega, T)$, поэтому

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\omega} d\omega = \varepsilon \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \varepsilon \sigma T^4.$$

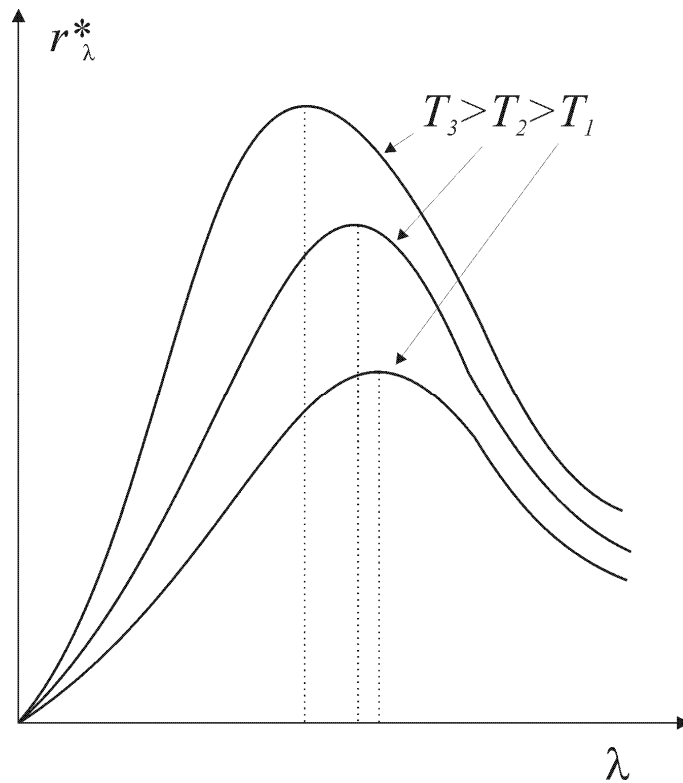


Рис. 1. Зависимость спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при нескольких постоянных значениях температуры

В экспериментальных исследованиях часто удобнее пользоваться функцией длины волны r_λ . Из выражений $r_\omega d\omega = r_\lambda d\lambda$, $\lambda = 2\pi c / \omega$ следует: $r_\lambda = (2\pi c / \lambda^2) r_\omega$. Зависимости плотности энергетической светимости абсолютно черного тела $r_\lambda^*(\lambda)$ представлены на рис. 1.

На основании выражения (1) можно найти также частоту (длину волны), при которой излучается наибольшая энергия. Решение уравнения $df(\omega, T) / d\lambda = 0$ дает

$$\omega_{\text{макс.}} = 2,8 \frac{kT}{\hbar}, \text{ или } \lambda_{\text{макс.}} = \frac{b}{T}, \quad (4)$$

где $\omega_{\text{макс.}}$ ($\lambda_{\text{макс.}}$) определяет частоту (длину волны), при которой спектр излучения имеет максимум; b – постоянная величина. Соотношения (4) носят название закона смещения Вина. Если взять, например, значения температуры 2000, 3000 и 4000⁰С, то длины волн, при которых r_λ^* имеет максимум (рис. 1), равны 1,44; 0,96; 0,72 мкм соответственно.

Расчетные зависимости

Относительное распределение энергии в спектре излучения лампы накаливания примерно такое же, как и у абсолютно черного тела, особенно в видимой области спектра. Нить накала лампы изготовлена из вольфрама в

виде тонкой спирали. Однако вольфрам, температура плавления которого ~ 3700 К, выносит длительное нагревание лишь до температуры около ~ 2700 К вследствие потерь на испарение. Это нормальная рабочая температура газонаполненных вольфрамовых ламп накаливания. Добавление инертного газа (до давления $\sim 5 \cdot 10^5$ Па) уменьшает распыление нити и увеличивает срок службы лампы. Подводимая к спирали электрическая мощность P расходуется на выделение тепла. В условиях стационарности процесса количество тепла, выделяемого током в спирали, равно количеству тепла, отдаваемого за то же время в окружающую среду. При низких температурах основные тепловые потери связаны с конвекцией и теплопроводностью. Эти потери, однако, растут как первая, а не как четвертая степень температуры. Поэтому при достаточно высоких температурах основную роль начинают играть именно потери на излучение. Поглощение электромагнитного излучения при этом

$$P \cong \varepsilon \sigma T^4 S. \quad (5)$$

Следовательно, если построить график зависимости мощности P , выделяемой током в нити накала, от аргумента T^4 , то, начиная с некоторых температур, зависимость должна быть линейной. Экспериментальное подтверждение линейной зависимости $P = P(T^4)$ при высоких температурах указывает на справедливость закона Стефана-Больцмана. Кроме того, из тангенса угла наклона зависимости $P = P(T^4)$ можно определить среднее в исследованном интервале температур значение коэффициента черноты нити накала:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dP}{d(T^4)} \cong \varepsilon \sigma S,$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sigma S}. \quad (6)$$

Для построения зависимости $P = P(T^4)$ необходимы данные по мощности P , выделяемой током в нити накала, и по температуре T этой нити:

$$P = UI \cos \varphi \cong UI, \quad (7)$$

где U и I – падение напряжения на нити накала и сила тока в ней соответственно; $\cos \varphi$ – коэффициент мощности, приближенно равный единице вследствие малой индуктивности и межвитковой емкости вольфрамовой спирали. В свою очередь, определение T основано на температурной зависимости сопротивления металлических проводников:

$$R = R_0(1 + \beta t),$$

где R и R_0 – сопротивления проводника при температурах t и 0°C соответственно; t – температура, $^\circ\text{C}$; β – температурный коэффициент сопротивления. Из последнего выражения

$$T = 273,2 + t = 273,2 + \frac{1}{\beta} \left(\frac{R}{R_0} - 1 \right). \quad (8)$$

Величина сопротивления нити накала находится из экспериментальных данных по току и напряжению:

$$R = U / I. \quad (9)$$

Описание экспериментальной установки

Установка (рис. 2) состоит из лампового блока и источника питания к нему. В ламповом блоке имеется три лампы накаливания мощностью 60 Вт, 100 Вт и 150 Вт; три тумблера для подключения каждой из ламп к источнику питания и миллиамперметр с пределом измерения до 750 мА. Сетевой шнур блока подключается к гнезду «0...250 В» источника питания.

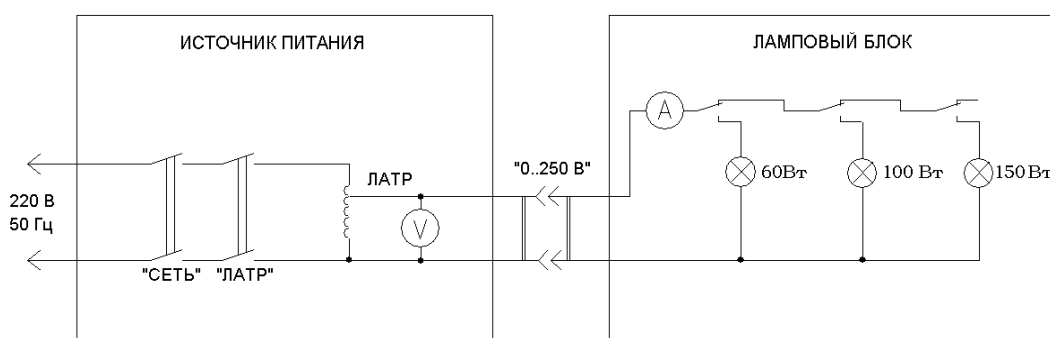


Рис. 2. Электрическая схема экспериментальной установки

В источнике питания находятся встроенный вольтметр и лабораторный автотрансформатор с ручкой управления на передней панели. Поворачивая эту ручку, можно задавать напряжение в диапазоне $0 \div 250$ В.

Порядок выполнения работы

Подключить ламповый блок к гнезду «0...250 В» источника питания.

Подключить источник питания к сети и переключить тумблер «сеть-выкл» в положение «сеть», а тумблер «латр-выкл» в положение «латр».

На ламповом блоке поочередно подключать лампы к источнику питания переключением соответствующего тумблера в положение 60 Вт, 100 Вт или 150 Вт.

После снятия вольт-амперной характеристики напряжение на исследуемой лампе уменьшить до минимума, а тумблер переключить в положение «выкл».

Снять зависимость $I(U)$ для каждой лампы путем перемещения ручки автотрансформатора. Диапазон напряжений – от 50 до 220 В с шагом не более 10 В. Результаты измерений занести в табл.1.

По окончании работы все органы управления привести в исходное состояние.

Обработка результатов

4. Рассчитать значения P , R и T по формулам (7) – (9). Результаты расчетов занести в табл. 1.
5. Построить график зависимости $P = P(T^4 / 10^{12})$.
6. Определить тангенс угла наклона $tg(\alpha)$ линейного участка зависимости $P = P(T^4 / 10^{12})$. Рассчитать коэффициент черноты ε вольфрамовой спирали по формуле (6). Результаты занести в табл. 2.
7. Рассчитать $\lambda_{\text{макс.}}$ по формуле (4) для трех температур. Использовать для этих целей температуры T_1 , T_2 , T_3 , соответствующие двум крайним и средней точке линейного участка зависимости $P = P(T^4 / 10^{12})$. Какой области спектра принадлежат полученные значения длин волн?
8. Составить отчет по лабораторной работе. Для расчетов удобно использовать компьютерные программные средства (Excel и т.п.).

Таблица 1. Результаты расчета мощности, выделяемой током в нити накала, и температуры нити накала

Мощность лампы - Вт						
	U, В	I, А	P, Вт	R, Ом	T, К	T ⁴ / 10 ¹² , К ⁴

Таблица 2

Коэффициент черноты вольфрамовой нити накала, длин волн максимумов равновесного теплового излучения

tg α , Вт/К ⁴	$\sigma \cdot S$, Вт/К ⁴	ε	T, К	$\lambda_{\text{макс.}}$, мкм

Справочные данные

$$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4); b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}; \beta = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}.$$

$$S = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; R_0 = 70 \text{ Ом для лампы мощностью } 60 \text{ Вт.}$$

$$S = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; R_0 = 40 \text{ Ом для лампы мощностью } 100 \text{ Вт.}$$

$$S = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; R_0 = 25 \text{ Ом для лампы мощностью } 150 \text{ Вт.}$$

Значение ε для сажи равно 0,95; снега – 0,96; бумаги – $0,8 \div 0,9$; вольфрама в области температур $1500 \div 2000^\circ\text{C}$ – $0,24 \div 0,31$.

Контрольные вопросы и упражнения

9. Дайте определение энергетической светимости, спектральной плотности энергетической светимости и спектральной поглотительной способности тела.
10. Сформулируйте и поясните следующие законы: Кирхгофа, Стефана-Больцмана, Вина.
11. Определите понятия абсолютно черного и серого тела.
12. Горячее, но прозрачное пламя спиртовой горелки почти не испускает света, зато более "холодное" пламя керосиновой лампы, содержащее частицы черной сажи, светится ярко. Почему?
13. Почти идеальным абсолютно черным телом является небольшое отверстие, просверленное в полой теле. Почему?
14. В плавильных печах стекольных заводов и коксовых печах нельзя рассмотреть никаких деталей. Почему?
15. Наблюдая окружающие предметы, мы видим, что одни из них кажутся нам зелеными, другие – красными и т.д. Не находится ли этот факт в противоречии с формулой (2), утверждающей, что испускаемое телами излучение определяется их температурой и не зависит от материала тела?
16. Зависимость $P = P(T^4)$ является линейной в области высоких температур, но не низких. Почему?
17. Почему стенки термосов делают зеркальными?
18. Излучение Солнца происходит из слоя толщиной около 200 км. Энергетическая светимость Солнца, усредненная по его поверхности, равна $6,1 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2$. Вследствие большого удаления от Солнца ($1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$) пучок, облучающий Землю, имеет лишь небольшой угол раскрытия ($16''$). Для элемента поверхности на Земле облученность составляет всего лишь $1,35 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$ (при нормальном падении лучей и при пренебрежении потерями в атмосфере, составляющими примерно 50%). При условии, что Солнце излучает приблизительно как черное тело, рассчитайте его температуру. Какая длина волны представлена в излучении с наибольшей интенсивностью? Соответствует ли это значение длине волны, при которой глаз человека наиболее чувствителен к излучению ($\lambda = 0,555 \text{ мкм}$)? Если не соответствует, то почему?

Список литературы

Савельев И.В. Курс общей физики. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. Т.3, гл.1. М.: Наука, 1982.

Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. Гл.10. М.: Наука, 1982.

Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. Лекция 9. М.: Наука, 2004.

Лабораторная работа № 2. Фотодиоды

Цель работы: ознакомиться с физическими принципами действия фотодиодов, изучить их вольтамперные характеристики (ВАХ) в вентильном и фотодиодном режимах.

Приборы и оборудование: источник света, полупроводниковый фотоприемник, регулируемый источник питания, вольтметр, блок коммутации, миллиамперметр.

Теоретическое введение

Фотодиодами называются полупроводниковые приборы с одним $p-n$ -переходом, обладающие односторонней проводимостью при освещении. Они используются в устройствах автоматики, вычислительной, измерительной техники, оптоэлектроники и др. в качестве генератора фотоэдс или для управления током в электрических цепях. Фотодиод может быть использован в двух режимах: без внешнего источника питания (вентильный), и с внешним источником питания, создающим обратное смещение на $p-n$ -переходе (диодный режим).

Образование $p-n$ -перехода

Электронно-дырочный $p-n$ переход возникает обычно в объеме кристаллического полупроводника в области, где меняется тип примеси (с акцепторной на донорную) и связанный с этим тип проводимости (с дырочной на электронную).

Если контакт между полупроводниками p - и n -типа отсутствует, то соответствующие уровни Ферми F_p и F_n на их энергетических схемах расположены на разной высоте, причем в полупроводнике p -типа ближе к валентной зоне, а в полупроводнике n -типа – к зоне проводимости (т.е. работа выхода из p -полупроводника A_p всегда больше работы выхода A_n из n -полупроводника).

При возникновении контакта происходит обмен носителями тока, и уровни Ферми выравниваются. Если примеси полностью ионизованы (например, элементы III (Ga, In) и V (P, As) групп в германии и кремнии при комнатных температурах), то концентрация основных носителей в полупроводнике p -типа (т.е. дырок) будет $p \approx N_a - N_d$ (N_a , N_d – концентрации акцепторов и доноров), а в полупроводнике n -типа $n \approx N_d - N_a$.

Дырки в полупроводнике p -типа и электроны в полупроводнике n -типа называются основными носителями. Внутри образовавшегося $p-n$ -перехода концентрация примеси быстро меняется, причем в некоторой тонкой области перехода доноры и акцепторы компенсируют друг друга $N_d \approx N_a$, и имеет место собственная проводимость (i) (рис. 1).

Нужное распределение доноров и акцепторов можно получить добавлением одной из примесей в расплав в процессе роста кристалла, диффузией из газовой фазы одной из примесей (например, донорной (P) в кристалл, уже имеющей акцепторы (In)) и т.д.

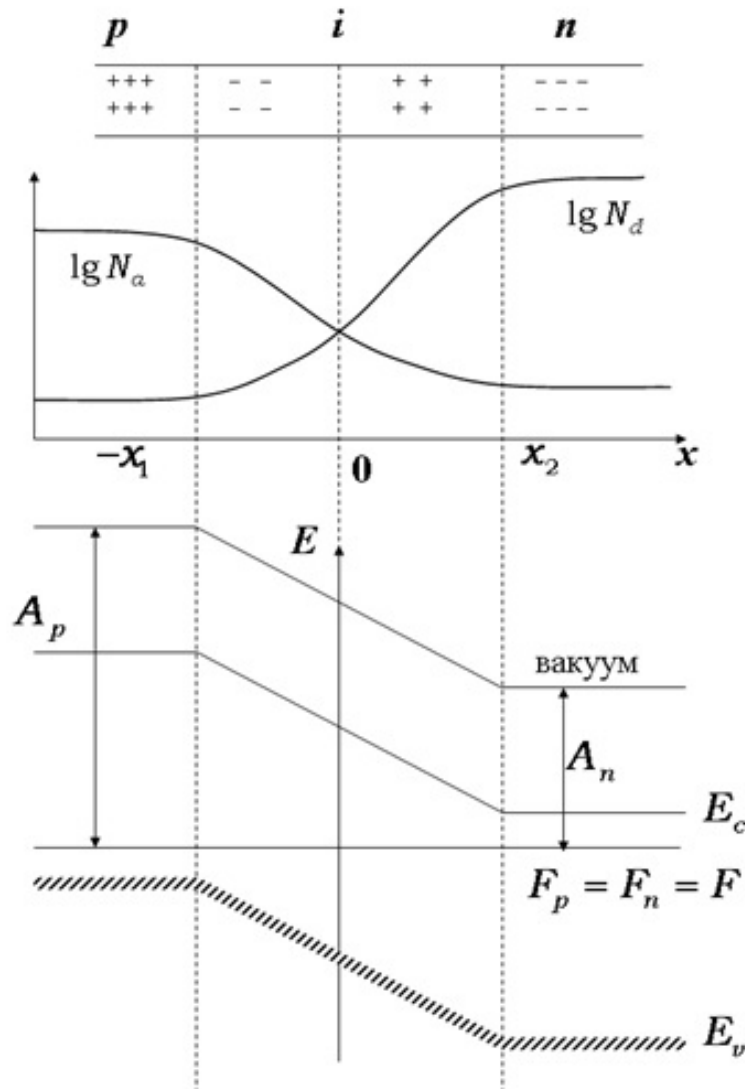


Рис. 1. Схема *p-n*-перехода

Благодаря легированию примесями концентрация свободных дырок p_p в материале *p*- (акцепторного) типа намного больше их концентрации p_n в материале *n*- (донорного) типа, а концентрация свободных электронов n_n в материале *n*- типа намного выше их концентрации n_p в материале *p*- типа.

Поскольку по обе стороны границы (*i*) перехода имеется избыток носителей заряда (т.е. электронов и дырок), в переходе существует градиент концентрации дырок dp/dx , который стремится вызвать диффузию дырок из *p*-области в *n*-область. Точно так же вследствие наличия градиента концентрации электронов dn/dx электроны стремятся диффундировать из *n*-области в *p*-область. Диффузионные плотности токов электронов j_{nn} и дырок j_{pp} определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} j_{pp} &= -eD_p dp / dx; \\ j_{nn} &= eD_n dn / dx. \end{aligned} \quad (1)$$

Первый индекс величины j означает тип носителей заряда, второй – область, в которой ток протекает, e – заряд электрона, D_p и D_n – коэффициенты диффузии дырок p и электронов n соответственно.

В результате протекания диффузионных токов через область перехода в p -области появляются благоприятные условия для рекомбинации свободных электронов, которые поступают в большом количестве из n -области. Соответственно дырки, поступающие из p -области, рекомбинируют с электронами n -области. Вследствие этого рекомбинационного процесса область перехода оказывается обедненной основными носителями заряда (электронами и дырками). Поэтому область перехода называют областью объемного заряда или обедненной областью. Электрические заряды неподвижных ионов в области объемного заряда создают электростатический (контактный) потенциал $E = (A_p - A_n) / e$, который препятствует протеканию диффузионных токов. Потенциал E вызывает дрейф дырок из материала n -типа в материал p -типа и дрейф электронов в противоположном направлении. Выражение для дрейфового тока, протекающего в направлении, противоположном диффузионному току, для электронов и дырок имеет соответственно вид:

$$j_{np} = en\mu_n E, \quad (2)$$

$$j_{pn} = ep\mu_p E, \quad (3)$$

где μ_n и μ_p – подвижности электронов и дырок соответственно. Подвижность является постоянной величиной для материала и связана с постоянными диффузии уравнением Эйнштейна:

$$D_p / \mu_p = D_n / \mu_n = kT / e, \quad (4)$$

где k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Таким образом, на p - n переходе в отсутствие освещения и внешнего поля образуется единый диффузионный ток с плотностью $j_{pp} + j_{nn}$ и единый дрейфовый ток с плотностью $j_{pn} + j_{np}$. Равновесие на переходе возникает, когда полный ток через переход равен нулю.

P-n-переход при включении внешнего напряжения

Пусть к переходу приложено внешнее напряжение так, что на p -области находится «+» источника. При этом дырки устремляются в n -область, где становятся неосновными носителями. Так как при этом концентрации $p_p \gg p_n$, эти дырки будут рекомбинировать (т.е. исчезать, соединяясь) с электронами. Из-за конечности времени жизни дырок τ_p рекомбинация произойдет не сразу, и поэтому за пределами перехода концентрация дырок будет оставаться больше p_n (рис. 2).

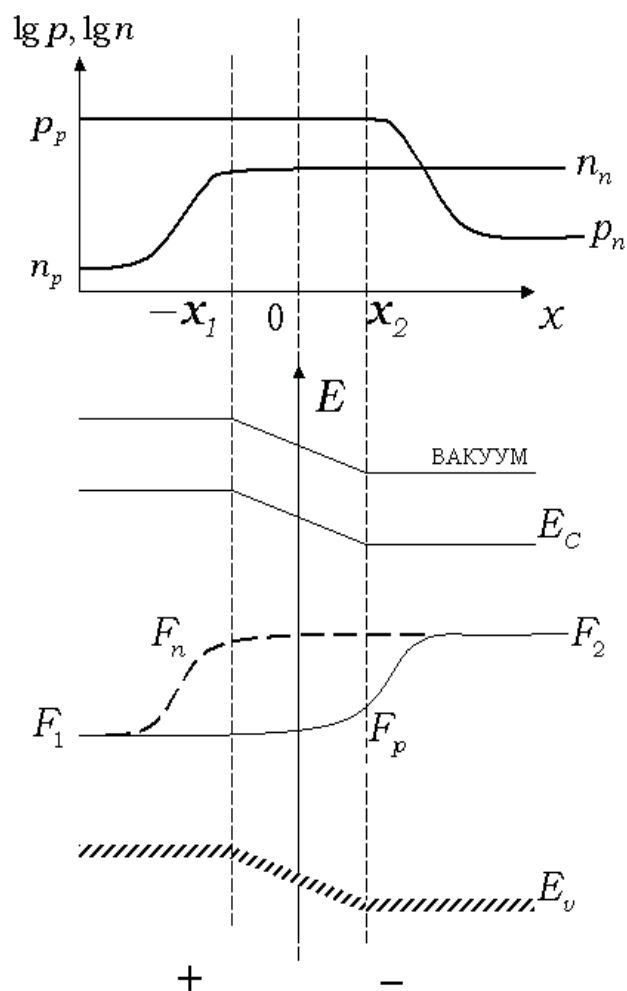


Рис. 2. Инжекция в p - n -переходе

Одновременно с этим увеличится и концентрация электронов в n -области, так как дополнительные электроны выйдут из электрода для компенсации объемного заряда пришедших дырок. Электроны из n -области будут переходить в p -область и постепенно рекомбинировать с дырками. Явление проникновения («впрыскивания») избыточных (неравновесных) носителей заряда в полупроводник (диэлектрик) под действием электрического поля называется инжекцией.

В данном случае происходит инжекция неосновных носителей, приводящая к увеличению концентрации носителей обоого знака по обе стороны от перехода. Для нахождения неравновесных концентраций дырок и электронов на границах перехода $-x_1$ и x_2 предположим, что полупроводники не вырождены (т.е. уровни Ферми лежат в запрещенной зоне), а толщина обедненного слоя $x_1 + x_2$ мала, так что рекомбинацией в нем можно пренебречь. Если внешнее напряжение $U = 0$, то концентрации неосновных носителей на границах $p(x_2) = p_n$, $n(-x_1) = n_p$.

При $U > 0$ края зон E_c и E_v поднимаются относительно p -области на величину eU , а внутри перехода $F_n \neq F_p$ (т.е. уже не существует единого уровня Ферми, а два квазиуровня). Вдали от перехода:

$$\begin{aligned} x \rightarrow \infty: F_p = F_n = F_2, \quad p = p_n, \quad n = n_n; \\ x \rightarrow -\infty: F_p = F_n = F_1, \quad p = p_p, \quad n = n_p. \end{aligned}$$

При этом $F_1 = F_2 - eU$. На границе

$$\begin{aligned} F_p(x_2) &\approx F_1 = F_2 - eU, \\ F_n(-x_1) &\approx F_2 = F_1 + eU. \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно распределению Больцмана, справедливому для неравновесных носителей в невырожденных полупроводниках,

$$n = N_c \exp\left(\frac{F_n - E_c}{kT}\right); \quad p = N_v \exp\left(\frac{E_v - F_p}{kT}\right). \quad (6)$$

Здесь N_c , N_v – концентрация носителей в валентной зоне и зоне проводимости. Подставляя (5) в (6), получаем

$$\begin{aligned} p(x_2) &= N_v \exp\left(\frac{E_v - F_p(x_2)}{kT}\right) = \\ &= N_v \exp\left(\frac{E_v - F_2}{kT}\right) \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) = p_n \exp\left(\frac{eU}{kT}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

$$n(-x_1) = N_c \exp\left(\frac{F_n(-x_1) - E_c}{kT}\right) = n_p \exp\left(\frac{eU}{kT}\right). \quad (8)$$

Отметим, что в связи с уменьшением потенциального барьера обедненного слоя число основных носителей, способных проникнуть через p - n -переход, растет, а поток неосновных носителей не изменяется. Ширина перехода $x_1 + x_2$ уменьшается.

Внешнее поле обратной полярности увеличивает высоту потенциального барьера, соответственно увеличивается напряженность электрического поля в переходе, и ширина обедненного слоя увеличивается по сравнению со случаем $U = 0$. Ток через переход определяется неосновными носителями заряда. Дырки из n -области, как и электроны из p -области, диффундируют к границам перехода, электрическое поле которого является для них ускоряющим. При этом граничные концентрации неосновных носителей уменьшаются по сравнению с равновесными концентрациями. Этот случай называется экстракцией.

Выражения (8) можно переписать и для режима экстракции, поменяв знак напряжения U на минус. Для избыточных концентраций получим:

$$\begin{aligned}\delta p &= p(x_2) - p_n = p_n \left(\exp\left(-\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right); \\ \delta n &= n(-x_1) - n_p = n_p \left(\exp\left(-\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right).\end{aligned}\tag{9}$$

Из (9) следует, что избыточные концентрации отрицательны и не превышают по модулю равновесных концентраций p_n и n_p .

ВАХ смещенного p-n-перехода без освещения

Если в полупроводнике имеются электрические токи, то изменение концентрации носителей в зонах описывается уравнениями непрерывности для дырок и электронов.

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = g_p - \frac{1}{e} \operatorname{div} j_p - \frac{\delta p}{\tau_p}; \\ \frac{\partial n}{\partial t} = g_n + \frac{1}{e} \operatorname{div} j_n - \frac{\delta n}{\tau_n}. \end{cases}\tag{10}$$

Здесь g_p, g_n – темпы генерации, $\frac{\delta p}{\tau_p}$ и $\frac{\delta n}{\tau_n}$ – темпы исчезновения соответствующих свободных носителей вследствие рекомбинации, τ_n и τ_p – времена жизни электронов и дырок; конвекционные токи

$$\begin{cases} j_p = e_p \mu_p E - e D_p \nabla p, \\ j_n = e_n \mu_n E - e D_n \nabla n. \end{cases}\tag{11}$$

Если электрическое поле E невелико, то можно пренебречь дрейфовой составляющей тока (11). Найдем стационарное распределение концентрации избыточных носителей (т.е. δp и δn) в отсутствие генерации. Имеем:

$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} = 0$. Уравнения (10) с учетом (11) дают

$$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\delta p}{\tau_p} = 0; \quad D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{\delta n}{\tau_n} = 0.\tag{12}$$

Их решения запишем в виде:

$$\begin{cases} \delta p = (\delta p)_0 \exp(-x / L_p); \\ \delta n = (\delta n)_0 \exp(-x / L_n), \end{cases}\tag{13}$$

где $(\delta p)_0$ и $(\delta n)_0$ – избыточные концентрации на границе, $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$, $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ – диффузионные длины неравновесных носителей.

Если токи через рассматриваемый p-n-переход невелики, то можно использовать (13).

Рассмотрим распределение дырок в n-области. Из (13) следует, что

$$\delta p = [p(x_2) - p_n] \exp\left(-\frac{x - x_2}{L_p}\right). \quad (14)$$

Для тока диффузии дырок в плоскости x_2 имеем:

$$j_p(x_2) = -eD_p \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x_2} = \frac{eD_p}{L_p} [p(x_2) - p_n].$$

Для обратно смещенного перехода ($U < 0$) из (9) получаем

$$j_p(x_2) = -\frac{eD_p p_n}{L_p} \left(\exp\left(-\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right). \quad (15)$$

Для тока электронов $j_n(-x_1)$ получаем аналогичное выражение

$$j_n(-x_1) = \frac{eD_n p_n}{L_p} \left(\exp\left(-\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right). \quad (16)$$

Полная плотность тока через переход равна

$$j = j_n(-x_1) + j_p(x_2) = j_s \left(\exp\left(\frac{-eU}{kT}\right) - 1 \right), \quad (17)$$

где $j_s = \frac{eD_n p_n}{L_p} + \frac{eD_p n_p}{L_p}$ – ток насыщения.

Формула (16) называется диодным уравнением и выражает вольт-амперную характеристику диода при малых обратных смещениях. Для прямого смещения необходимо в (17) сменить минус на плюс перед U .

Фотоэлемент при освещении

На рис. 3 показаны схемы включения фотоэлемента в вентильном (а) и фотодиодном (б) режимах.

В первой из них фотоэлемент непосредственно замкнут на внешнюю нагрузку и является преобразователем световой энергии в электрическую. Другая схема (б) содержит во внешней цепи еще источник тока, включенный так, чтобы на p - n -переходе было обратное напряжение.

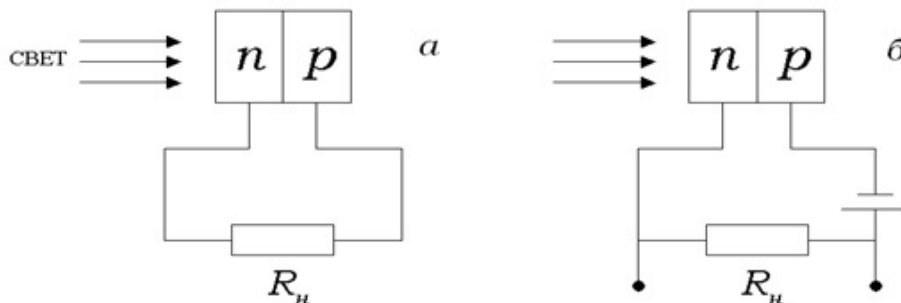


Рис. 3. Схемы включения фотоэлемента в вентильном (а) и фотодиодном (б) режимах

Это напряжение выбирают по возможности большим, но не превышающим пробойного напряжения p - n -перехода. При такой схеме включения

существующий в цепи ток (который равен в темноте току насыщения (16) и очень мал в хороших диодах) сильно изменяется при освещении, и, соответственно, изменяется и падение напряжения на нагрузочном сопротивлении R_n . При правильном выборе напряжения источника и внешнего сопротивления величина электрического сигнала может быть сделана намного больше, чем в схеме фотоэлемента, и поэтому фотодиоды широко применяются при регистрации и измерении световых сигналов.

Физическая причина возникновения вентильной фотоэдс заключается в том, что потенциальный барьер p - n -перехода разделяет потоки фотоэлектронов и фотодырок. Предположим, что освещается n -область, и фотоэлемент разомкнут. Фотоэлектроны и фотодырки будут диффундировать вглубь кристалла, и некоторая их доля достигнет p - n -перехода (рис. 4).

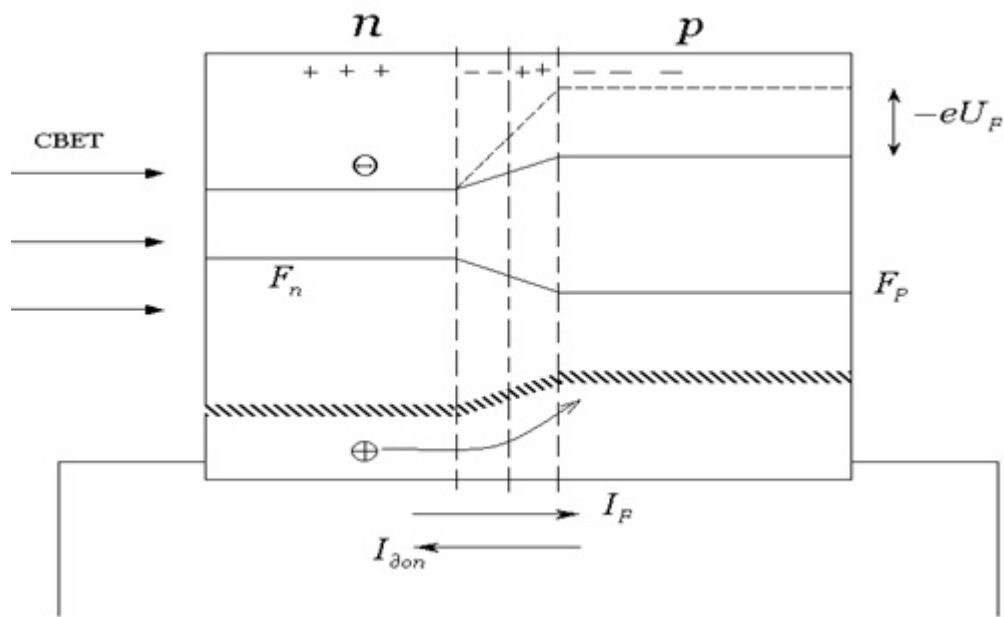


Рис. 4. Образование токов при освещении n -области вентильного фотоэлемента

Однако для основных носителей – электронов – в p - n -переходе существует потенциальный барьер, поэтому практически все они не пройдут в p -область. Напротив, для неосновных носителей – дырок – потенциального барьера нет, и все достигшие перехода дырки будут затягиваться полем перехода в глубь кристалла, создавая фототок I_F .

Из-за появления «светового тока» p -область зарядится положительно, а n -область – отрицательно, и между электродами элемента появится разность потенциалов. Поэтому в фотоэлементе возникнет еще образованный основными носителями дополнительный ток $I_{дон}$ (ток утечки), задаваемый выражением (17) и направленный противоположно I_F . Между разомкнутыми электродами фотоэлемента установится такое напряжение U_F , при котором полный ток $I = I_F - I_{дон}$. Этот режим называется режимом холостого хода. Поскольку цепь разомкнута ($R_n = \infty$), напряжение холостого хода

$$U_{\text{х.х.}} = U_F, \quad I_F = I_{\text{доп}} = I_S \left(e^{\frac{eU_F}{kT}} - 1 \right), \quad (18)$$

где $U_H = IR_H$ – внешнее напряжение.

Соотношение (18) является основным в теории вентильных фотоэффектов.

В режиме короткого замыкания ($R_H = 0$) $U_H = 0$, $I_{\text{доп}} = 0$, поэтому ток короткого замыкания $I_{\text{к.з.}}$ внешней цепи равен фототоку, который пропорционален световому потоку Φ :

$$I_{\text{к.з.}} = I_F \sim \Phi. \quad (19)$$

В случае обратного смещения $-U$ уравнение для полного тока имеет вид:

$$j = j_F - j_S \left[\exp\left(\frac{e(U_H - U)}{kT}\right) - 1 \right]. \quad (20)$$

Вид ВАХ неосвещенного и освещенного p - n переходов показан на рис.5.

Квадрант IV графика соответствует режиму фотоэлемента, а квадрант III (увеличенный в масштабе) – режиму фотодиода. Отрезок Оа показывает величину тока $I_{\text{к.з.}}$ короткого замыкания освещенного фотоэлемента (по направлению этот ток совпадает с обратным током диода). Отрезок Об соответствует напряжению холостого хода $U_{\text{х.х.}}$ разомкнутого освещенного фотоэлемента, т.е. величине генерируемой им фотоэдс. Участок между точками а и б представляет собой ВАХ вентильного фотоэлемента.

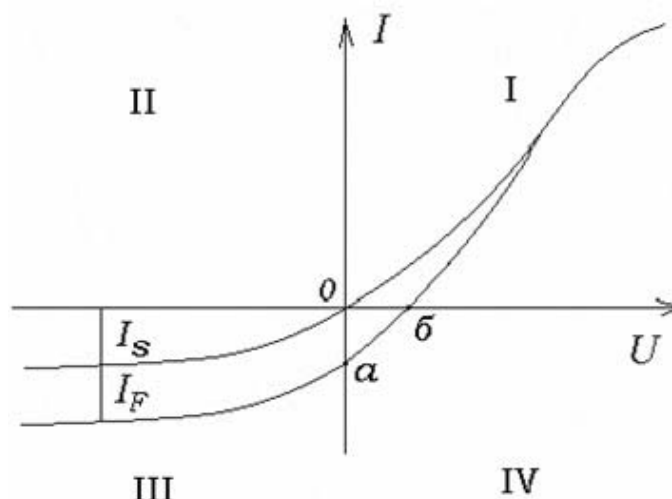


Рис. 5. ВАХ освещенного и неосвещенного p - n -переходов

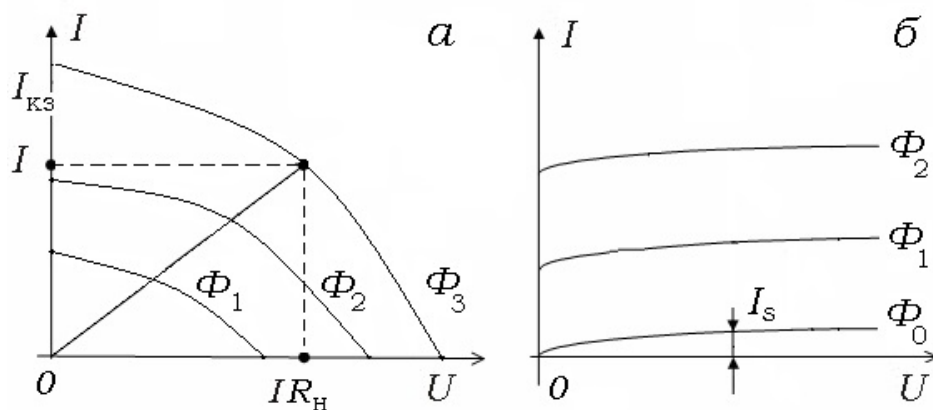


Рис. 6. ВАХ фотоэлемента в вентильном (а) и фотодиодном (б) режимах

Семейство ВАХ такого фотоэлемента при различных световых потоках показано отдельно на рис. 6 а. Здесь направление фототока принято за положительное. При изменении светового потока Φ точки вольт-амперных характеристик по оси ординат (режим короткого замыкания) смещаются пропорционально световому потоку, по оси абсцисс – пропорционально логарифму светового потока (режим холостого хода). Нагрузочные прямые, проведенные из начала координат, пересекают ВАХ в точках, абсциссы которых соответствуют падению напряжения на нагрузочном сопротивлении IR_n , а ординаты – току во внешней цепи I .

Рис. 6б соответствует квадранту III рис. 5, но ВАХ фотодиода показаны так, что направление фототока принято за положительное. При изменении светового потока характеристики смещаются параллельно оси абсцисс на величину, пропорциональную световому потоку. Нижняя характеристика рис.6б соответствует темновому току фотодиода I_s , обратному току через неосвещенный $p-n$ -переход.

Фотодиоды используются при подаче напряжения только в обратном направлении: при включении прямого смещения (квадрант I на рис. 5) в цепи фотодиода течет прямой ток, не зависящий от освещения и опасный для прибора из-за большой величины, могущий вызвать разогрев контактов.

Характеристики фотоэлемента в фотогальваническом и фотодиодном режимах

Чувствительность вентильных фотоэлементов (спектральная или интегральная) измеряется в режиме короткого замыкания, т.е. в условиях, когда фототок связан со световым потоком Φ [лм] линейной зависимостью:

$$k = \frac{I_F}{\Phi} = \frac{I_{к.з.}}{\Phi}. \quad (21)$$

Чувствительность фотодиода по току определяется как отношение фототока при небольшом обратном напряжении к вызвавшему его световому потоку. Фототок I_F в фотодиодном режиме в соответствии с (20) равен разности тока, текущего в цепи освещенного фотодиода I , и темнового тока, равного обратному току неосвещенного диода при том же запирающем напряжении, т.е. I_s :

$$k = \frac{I - I_s}{\Phi}. \quad (22)$$

Из рис. 5 и 6 б видно, что, поскольку вольт-амперные характеристики фотодиода смещаются при освещении параллельно оси абсцисс, его фототок очень слабо зависит от величины приложенного напряжения и равен по величине току короткого замыкания фотоэлемента в вентильном режиме.

Таким образом, фотоэлемент в вентильном и в фотодиодном режиме обладает одинаковой чувствительностью по току (выраженной в миллиамперметрах на ватт или в миллиамперах на люмен). Интегральная чувствительность для кремниевых фотодиодов составляет 5...10 мА/лм, а для германиевых – 15...25 мА/лм.

Чувствительность же по напряжению, т.е. отношение падения напряжения на сопротивлении нагрузки к световому потоку

$$k_U = \frac{IR_n}{\Phi} = \frac{U_n}{\Phi} \quad (23)$$

очень различается для обоих режимов.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка (рис. 7) состоит из фотоприемника (ФП), источника света (лампы накаливания Л), размещенных на оптической скамье, блока коммутации БК с миллиамперметром (мА) и переменным резистором R_n , а также регулируемого источника постоянного тока (ИП) и вольтметра (V).

Фотоприемник закреплен на скамье и подключен к гнездам «±ФП» блока коммутации. К гнездам блока коммутации «±ИП» подключается источник тока, а к гнездам «А, К» – вольтметр.



Рис. 7. Функциональная схема экспериментальной установки

Для переключения режимов работы схемы используется шунт (закорачивающая гнезда перемычка, т.е. проводник, присоединенный параллельно участку цепи для отвлечения части тока). На панели блока

коммутации расположены встроенный амперметр с изменяемым пределом измерения (10 или 100 мА) и ручка регулировки нагрузочного сопротивления (R_n).

Лампа накаливания мощностью 60 Вт смонтирована на столике и может перемещаться по оптической скамье на расстояние до 0,665 м от риски фотоприемника. Расстояние l считывается в окне столика по оцифрованной стороне скамьи.

Порядок выполнения работы

1. Фотоэлемент в вентильном режиме

Для сборки схемы, изображенной на рис. 8, надо замкнуть гнезда «±ИП» шунтом (перемычкой), при этом гнезда «шунт» остаются незамкнуты (без перемычки); подключить «+» вольтметра к гнезду «А» (анод фотоэлемента), а «-» – к гнезду «К» (катод фотоэлемента). Подключить фотоэлемент к гнездам «А К» (ФП), соблюдая указанную на панели и контактах фотоприемника полярность. Затем включить вольтметр и лампу в сеть ~220 В.

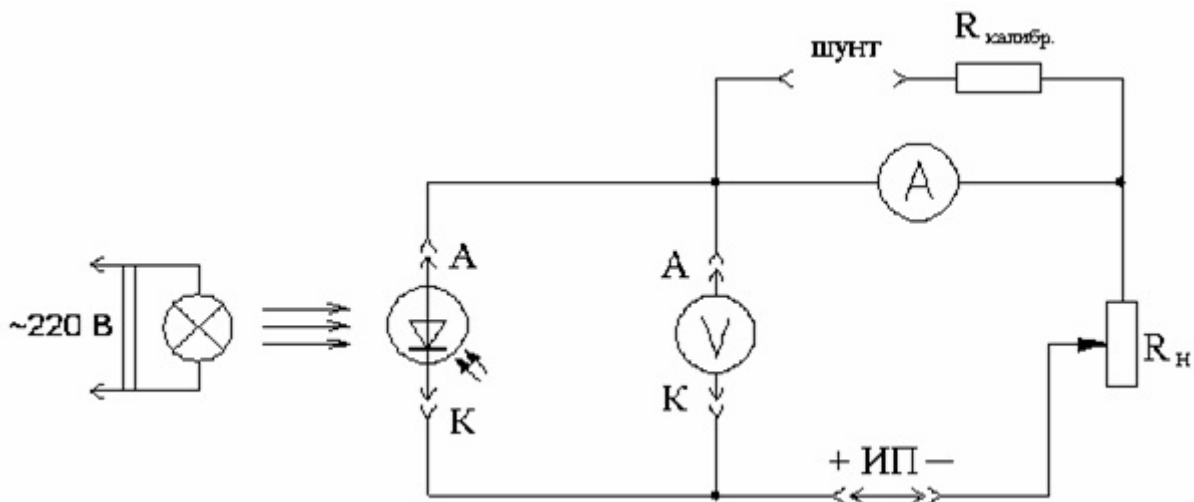


Рис. 8. Электрическая схема для исследования фотоэлемента в вентильном режиме

Перед проведением измерений установить столик с лампой на минимальном расстоянии от фотоэлемента и для выхода на рабочий режим подождать 2 минуты.

а) Снять зависимость фототока $I_\phi(U)$, изменяя значение нагрузочного сопротивления для фиксированного расстояния $l = 0,2$ м между лампой и фотоприемником.

б) Измерить ток короткого замыкания. Для этого надо установить ручку « R_n » в крайнее левое положение «0» (при этом нагрузочное сопротивление равно нулю и фотоприемник работает в режиме короткого замыкания). Произвести измерения для 10 значений l с шагом 0,05 м.

в) Измерить напряжение холостого хода. Для этого надо убрать шунт из гнезд «±ИП». Это измерение также провести для 10 значений l с шагом 0,05 м.

Примечание. Вся шкала амперметра при отсутствии переключки в гнездах «шунт» составляет 10 мА.

2. Фотоэлемент в диодном режиме

Для исследования фотоэлемента в диодном режиме собирается схема, изображенная на рис.9. Для сборки такой схемы необходимо переключкой замкнуть гнезда «шунт»; подключить источник питания к блоку коммутации, соблюдая указанную полярность; подключить вольтметр «-» к гнезду «А» (аноду), а «+» – к гнезду «К» (катоде) фотоэлемента; нагрузочное сопротивление выставить равным нулю. Включить источник питания в сеть ~220 В. Напряжение на источнике питания задается кодовым переключателем, расположенным на передней панели.

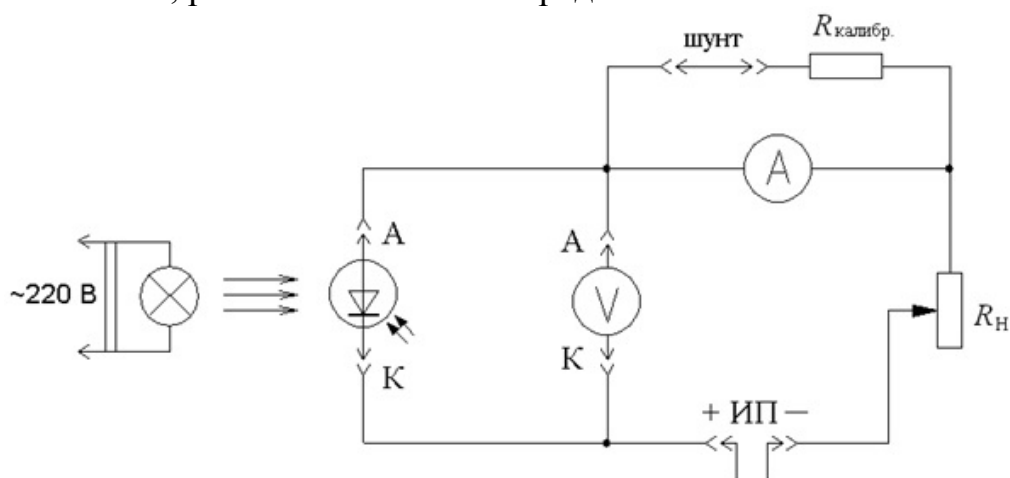


Рис. 9. Электрическая схема для исследования фотоэлемента в диодном режиме

Снять зависимость фототока $I_\phi(U)$, задавая напряжение на источнике питания от 0 до 15 В (контролируется по вольтметру) для 10 различных значений l с шагом 0,05 м. В измерения включить I_ϕ при напряжении 5 В для $l = 0,2$ м, а также в темновом режиме ($\Phi = 0$).

Если при замерах вольтметр не выдает напряжение, надо проверить правильность сборки схемы.

Примечание. Вся шкала амперметра с переключкой в гнездах «шунт» составляет 100 мА.

Обработка результатов

1. Рассчитать величину светового потока $\Phi = \frac{JS}{l^2}$, где S – площадь фотокатода, J [кд] – сила света лампы накаливания. На миллиметровой

бумаге построить график зависимости $I_{\Phi}(U)$ при нескольких значениях световых потоков Φ для обоих режимов.

2. Из полученных значений $I_{\Phi}(U)$ для вентильного режима определить
3. величины тока короткого замыкания и напряжения холостого хода (взять наиболее подходящую для этого зависимость).
4. Найти идеальную мощность $S_{ид}$ фотоэлемента, определяемую фактически как площадь под всей кривой ВАХ.
5. Выбрав среднюю точку наклонного участка ВАХ и определив ее координаты I_m и U_m , построить прямоугольник максимальной мощности P_m (соответствующий оптимальному режиму работы) и определить его площадь S_m (см. рис. 10). Это можно сделать точнее таким образом:
 - а) определить площадь «оптимального» прямоугольника как $S = f(x) \cdot x$ [где f – ток I , x – напряжение U];
 - б) используя любой математический пакет (Excel, MathCad и т.д.), аппроксимировать экспериментальную кривую $f(x)$ полиномом с известными коэффициентами, например, $f = ax^3 + bx^2 + cx + d$;
 - в) найти координату $x = U_m$, при которой функция S имеет максимум, взяв производную по x и приравняв ее к нулю.
6. Определить возможный к.п.д. (η) данного фотоэлемента: $\eta = S_m / S_{ид}$.
7. По световой характеристике $I_{к.з.} = f(\Phi)$ рассчитать интегральную чувствительность фотоэлемента в вентильном режиме $k_{\Sigma} = \Delta I_{к.з.} / \Delta \Phi$.
8. По световой характеристике $I = f(\Phi)$ рассчитать интегральную чувствительность фотодиода $k_{\Sigma} = dI_{к.з.} / d\Phi$ при обратном напряжении $U = 5$ В.
9. Для заданного напряжения нагрузки $R_n = 600$ Ом найти чувствительность фотодиода по напряжению $k_U = dI \cdot R_n / \Delta \Phi = \Delta U / \Delta \Phi$.
10. Составить отчет о лабораторной работе. Сделать выводы об эффективности работы фотодиода в разных режимах.

Справочные данные

$J = 27$ кд для лампы мощностью 40 Вт,

$J = 58$ кд для лампы мощностью 60 Вт,

$S = 6,8 \cdot 10^{-4}$ м².

Контрольные вопросы и упражнения

1. В чем состоит принцип действия фотоэлемента на основе p - n -перехода?
2. Перечислите основные процессы, происходящие в фотоэлементе.
3. Объясните физический смысл каждого слагаемого в уравнениях (10) и (11).
4. В чем разница между освещенным и неосвещенным p - n -переходами? Объясните ее на примере соответствующих ВАХ.
5. Дайте определение вентильного и фотодиодного режимов.

6. Что такое чувствительность по току и напряжению, как она различается для случаев вентильного и фотодиодного режимов?
7. Каким образом графически определить КПД фотоэлемента?

Список литературы

1. Бонч–Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. Гл. 6, 7, 11. М.: Наука, 1990.
2. Лабораторный практикум по физике / Под ред. А.С. Ахматова М.: Высш. шк., 1980.
3. Большой энциклопедический словарь. Физика / Гл. ред. А.М. Прохоров. М.: Большая Российская энциклопедия, 1999.

Лабораторная работа №3. Исследование свойств фотоэлемента

Цель работы: изучить физические принципы, лежащие в основе внешнего фотоэффекта (фотоэлектронной эмиссии). Снять световую и вольтамперную характеристики фотоэлемента, рассчитать его интегральную чувствительность.

Приборы и оборудование: источник света, фотоприемный блок с фотоэлементом, микроамперметр, вольтметр, оптическая скамья.

Теоретическое введение

Внешним фотоэффектом или фотоэлектронной эмиссией называется испускание электронов веществом под действием падающего на его поверхность излучения. Эмиссия электронов под действием излучения наблюдается во всех агрегатных состояниях вещества: в твердом, жидком и газообразном (в последнем случае говорят о фотоионизации газов). Наибольший практический интерес представляет фотоэлектронная эмиссия твердых тел: металлов, полупроводников, диэлектриков. При освещении энергия электромагнитного излучения, поглощаемого твердым телом, затрачивается в основном на возбуждение электронов, т.е. на перевод их из нормальных невозбужденных энергетических состояний в возбужденные, характеризующиеся более высокой энергией. Переходы электронов, совершаемые в результате поглощения квантов излучения оптического диапазона, называются оптическими электронными переходами. Оптическому диапазону соответствуют энергии фотонов от сотых долей до $10 \div 20$ эВ. Поглощение веществом таких сравнительно небольших порций энергии вызывает электронные переходы, в которых участвуют электроны, принадлежащие лишь самым верхним энергетическим зонам: валентной зоне, зоне проводимости и промежуточным локальным состояниям. Электронные переходы с более глубоко расположенных энергетических уровней происходят при поглощении излучения, лежащего за пределами оптического диапазона, например, рентгеновского. При этом также может возникнуть эмиссия свободных электронов, называемая рентгеновским фотоэффектом.

Поток электронов характеризуется числом электронов, выходящих с поверхности фотокатода в единицу времени (фототоком), и распределением фотоэлектронов по начальным энергиям и направлениям выхода.

Основными характеристиками излучения являются: интенсивность, т.е. величина лучистого (или светового) потока и спектральный состав излучения. Монохроматическое излучение характеризуется частотой ν или длиной волны λ , определяющими энергию единичного фотона $h\nu = hc / \lambda$.

Для внешнего фотоэффекта экспериментально установлены следующие соотношения:

Величина фототока в режиме насыщения прямо пропорциональна интенсивности падающего света, если спектральный состав излучения неизменен (закон Столетова).

Для каждого вещества существует длинноволновая (красная) граница спектра излучения λ_0 , за которой (при $\lambda > \lambda_0$) фотоэмиссии не происходит. Эту наибольшую длину волны λ_0 (или наименьшую энергию кванта $h\nu_0$) излучения, еще вызывающего фотоэффект, называют также длинноволновым порогом фотоэффекта, а соответствующую ей наименьшую частоту $\nu_0 = c / \lambda_0$ – пороговой частотой.

Максимальная начальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой падающего света и не зависит от его интенсивности (закон Эйнштейна).

Фотоэлектроны, покидающие металл, обладают широким набором скоростей. Скорость фотоэлектрона при заданной частоте ν зависит от того, с какого энергетического уровня внутри металла он был "вырван" квантом света. При температуре абсолютного нуля наивысшим энергетическим уровнем, занятым электроном, является уровень Ферми W_F (рис.1а). Все уровни, лежащие выше уровня W_F при $T = 0$, пусты, а уровни, лежащие ниже уровня W_F – заняты. Обозначим через v_{\max} максимальную скорость фотоэлектрона, снятого с уровня W_F . Очевидно, что (рис.1б)

$$h\nu = \frac{mv_{\max}^2}{2} + A, \quad (1)$$

где $h\nu$ – энергия падающего кванта; m – масса электрона; A – работа выхода ($A = e\varphi$, φ – потенциал выхода). Уравнение (1) выражает собой закон сохранения энергии и называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Частота ν_0 (длина волны λ_0), для которой энергия падающего кванта $h\nu_0$ равна работе выхода A , называется красной границей фотоэффекта:

$$h\nu_0 = A, \quad (2)$$

откуда

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \text{ или } \lambda_0 = \frac{hc}{A}. \quad (3)$$

При $T = 0$ скорость v_F является максимальной, это скорость самого быстрого электрона. В потоке фотоэлектронов имеются и более медленные электроны, снятые с более глубоких уровней (например, с уровня W_1 , рис. 1б). При $T > 0$ в металле появляются электроны с энергией, большей, чем W_F (например, с энергией W_2), для удаления которых за пределом металла требуется затратить энергию, меньшую, чем работа выхода A . Для таких электронов $\nu > \nu_F$. Поэтому, если у металла при $T = 0$ имеется резкая красная граница, то при $T > 0$ красная граница оказывается размытой, причем тем сильнее, чем выше температура.

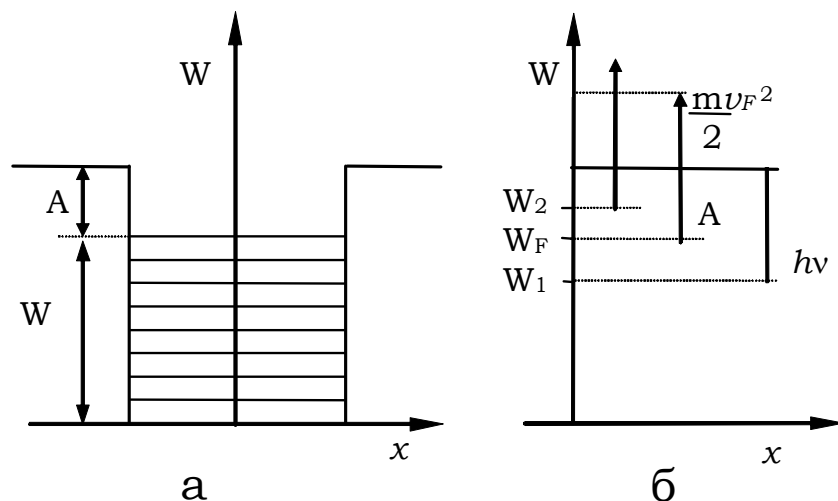


Рис.1. Металл как потенциальная яма для электронов (а), энергетическая схема возникновения быстрых и медленных фотоэлектронов (б)

На величину работы выхода A оказывают большое влияние нанесенные на поверхность тонкие слои электроположительных металлов, таких как цезий, барий, торий. При адсорбции этих атомов на поверхности металла они отдают металлу свой внешний валентный электрон и превращаются в положительно заряженный ион. Этот ион индуцирует в поверхностном слое металла равный по величине отрицательный заряд. У поверхности возникает двойной электрический слой, который облегчает выход электронов из металла. Так, например, в присутствии слоя цезия работа выхода электронов из вольфрама уменьшается с 4,52 (W) до 1,36 эВ (W+Cs). Совершенно иначе действует кислород, адсорбированный поверхностью металла. Атом кислорода при адсорбции не отдает, а наоборот, получает от металла два электрона. В результате этого верхняя обкладка двойного электрического слоя заряжается отрицательно и электрическое поле тормозит выход электронов из металла. При этом работа выхода увеличивается.

При очень больших интенсивностях света, достигаемых с помощью лазеров, наблюдается многофотонный или нелинейный эффект. При многофотонном фотоэффекте электрон может одновременно получить энергию не одного, а N фотонов. В этом случае уравнение закона сохранения энергии при внешнем фотоэффекте под действием света частоты ν имеет вид:

$$Nh\nu = mv_{\max}^2 / 2 + A. \quad (4)$$

Красная граница N -фотонного (2-, 3-, 4-, 5-) фотоэффекта

$$(\nu_0)_N = A / (Nh). \quad (5)$$

На опыте обычно исследуется зависимость электронного тока в фотоэлементе (ФЭ) от напряжения. В основе работы ФЭ лежит внешний фотоэффект. Фотоэлементы делятся на вакуумные и газонаполненные и имеют отличия по своей чувствительности и особенностям ВАХ. Газонаполненные ФЭ значительно чувствительнее к свету благодаря

ионизации газа. С возрастанием прямого (ускоряющего) напряжения ток на ФЭ сначала линейно растет за счет фотоэффекта. Начиная с некоторых значений ускоряющего напряжения, приложенного между анодом и катодом, фотоэлектроны приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул инертного газа. Возникают вторичные электроны, которые ускоряются полем и могут также ионизировать молекулы инертного газа. В результате к аноду устремляется все возрастающее число электронов (лавинообразный процесс), что приводит к увеличению чувствительности фотоэлемента. Дальнейший рост напряжения приводит к зажиганию разряда в газе.

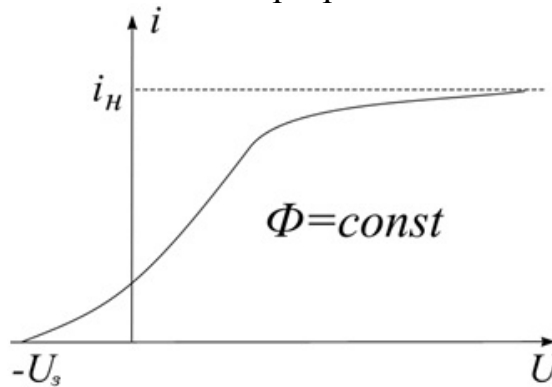


Рис.2. ВАХ вакуумного фотоэлемента

Характер зависимости фототока i в вакуумном ФЭ от разности потенциалов U между анодом и катодом при неизменном световом потоке изображен на рис.2. В вакуумных ФЭ фототок увеличивается с ростом U лишь до определенного предельного значения i_n , называемого фототоком насыщения. При фототоке насыщения все электроны, вылетающие из катода под влиянием света, достигают анода. Существование фототока при отрицательных значениях U свидетельствует о том, что фотоэлектроны выходят из катода, имея некоторую начальную скорость и, соответственно, кинетическую энергию. На рис.2 U_s – задерживающее напряжение (потенциал), при котором ток в цепи фотоэлемента отсутствует. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов связана с задерживающим потенциалом соотношением

$$mv_{\max}^2 / 2 = eU_s. \quad (6)$$

При постоянном напряжении величина фототока i пропорциональна потоку световой энергии Φ , падающей на катод:

$$i = \gamma\Phi, \quad (7)$$

где γ – интегральная чувствительность фотоэлемента – величина фототока, отнесенная к одному люмену световой энергии. Ее значение для разных вакуумных фотоэлементов составляет от нескольких до 100 мкА/лм.

Световой поток Φ на расстоянии l от источника света до фотокатода определяется по формуле:

$$\Phi = \frac{IS}{l^2}, \quad (8)$$

где S - площадь фотокатода, I - сила света лампы накаливания, измеряемая в канделах (свечах). Отметим, что отношение l^2 / S есть телесный угол, в котором сосредоточен световой пучок, падающий на фотокатод. Из формул (7) и (8) получим

$$\gamma = \frac{i l^2}{I S}. \quad (9)$$

Как известно, освещенность площадки (в данном случае фотокатода) пропорциональна силе света I источника и обратно пропорциональна квадрату его расстояния от площадки

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{l_2^2}{l_1^2}. \quad (10)$$

Соотношение (10) называют законом обратных квадратов.

Описание установки

Установка состоит из фотоприемного блока, источника света, расположенных на оптической скамье, вольтметра универсального В7-21А, работающего в режиме микроамперметра А и мультиметра ВР-11А, работающего как вольтметр V . Схема экспериментальной установки приведена на рис.3. В фотоприемном блоке размещены: фотоэлемент ФЭ, выпрямительное устройство, схема коммутации и потенциометр, регулирующий напряжение на электродах ФЭ. В качестве источника света используется лампа накаливания мощностью 40 Вт, закрепленная на столике, перемещающемся по скамье на расстояние l от 0,15 до 0,8 м. Значение l считывается в окне столика по оцифрованной стороне скамьи.

Свет от источника излучения – лампы накаливания (Л) попадает на ФЭ. Для исключения влияния внешних источников свет (фона) ФЭ и лампа накаливания помещены в кожух. Напряжение между анодом и катодом регулируется источником питания.

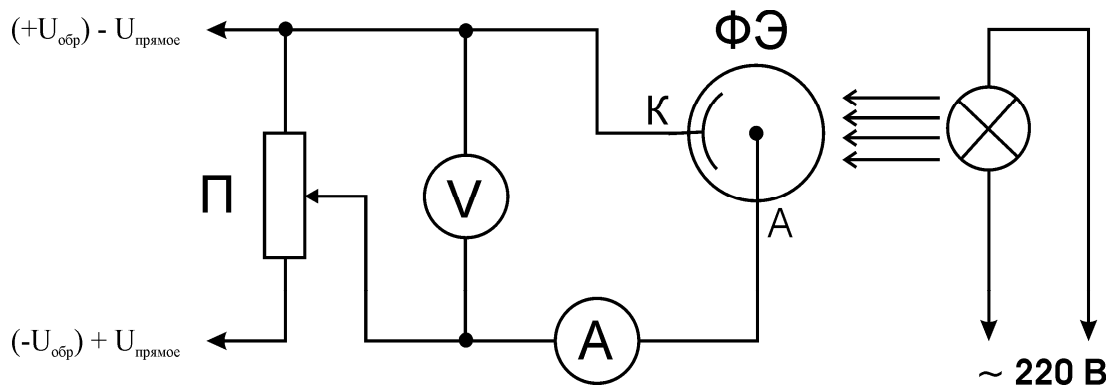


Рис.3. Схема экспериментальной установки

В работе используется фотоэлемент Ф-5. Прибор выполнен в виде стеклянного вакуумированного баллона. Фотокатод (К) – тонкий слой

кислородно-серебряно-цезиевого покрытия, нанесенного на прямоугольную пластину, помещенную в центр баллона. Перед катодом расположен металлический анод (А), имеющий форму прямоугольной рамки. Для исключения влияния светового фона ФЭ помещен в корпус фотоприемного блока. На передней панели блока расположены: тумблер включения сети 220 В, кнопки переключения полярности напряжения, подаваемого на ФЭ и потенциометр П, регулирующий напряжение на ФЭ.

Порядок выполнения работы

1. Изучить световую характеристику ФЭ в отсутствие напряжения на его электродах. Для этого включить источник света в сеть 220 В, установить в положение «Выкл» тумблер «Сеть» на фотоприемном блоке. Включить в сеть 220 В универсальный вольтметр и задать режим микроамперметра. Изменяя расстояние l между источником света и фотокатодом ФЭ от 0,15 м до 0,8 м с шагом 0,05 м, снять зависимость фототока от l .
2. Исследовать прямую ВАХ ФЭ при разных световых потоках. Для этого тумблер «Сеть» на фотоприемном блоке установить в положение «Вкл». Выставить потенциометр П в крайнее левое положение. Включить режим измерения прямого напряжения, нажав кнопку « U_{np} ». Включить в сеть 220 В мультиметр и задать режим измерения постоянного напряжения. Источник света установить на расстоянии $l = 0,8$ м и снять зависимость фототока от прямого напряжения. Повторить измерения для $i = f(U_{np})$ при $l = 0,5$ и $0,2$ м.
3. Исследовать обратную ВАХ ФЭ при разных световых потоках. Выставить потенциометр П в крайнее левое положение. Включить режим измерения обратного напряжения, нажав кнопку « $U_{обр}$ ». Снять прямую ВАХ $i = f(U_{обр})$ ФЭ на разных расстояниях $l = 0,8, 0,5$ и $0,2$ м.
4. Исследовать зависимость запирающего напряжения от величины светового потока. Для этого источник света установить на расстоянии $l = 0,15$ м, и, изменяя обратное напряжение плавным поворотом ручки потенциометра, добиться нулевого тока на ФЭ. Записав показания запирающего напряжения на мультиметре, повторить измерения для двух любых других положений источника света.
5. По окончании работы привести все органы управления в исходное состояние и выключить аппаратуру.

Обработка результатов

1. Построить график зависимости $i = f(\Phi)$ фототока от светового потока, используя (8).
2. Построить ВАХ $i = f(U)$ фотоэлемента при различных значениях освещенности фотокатода и рассчитать интегральную чувствительность фотоэлемента по формуле (9) для трех разных положений источника света. Проверить закон обратных квадратов (10).

3. По полученным значениям U_s , с помощью (6) убедиться в справедливости закона Эйнштейна для фотоэффекта. Рассчитать скорость v_{\max} наиболее быстрых электронов.

4. Составить отчет о лабораторной работе. Сделать выводы об эффективности работы фотоэлемента с учетом полученных характеристик.

Справочные данные

- Сила света $I = 27$ кд для лампы мощностью 40 Вт;
- площадь фотокатода $S = 2,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$;
- $\gamma \geq 6$ мкА/лм для фотоэлемента Ф-5.

Контрольные вопросы и упражнения

1. Определите понятия: «свободный» и «связанный» электрон в металле. Ответ поясните рисунком.
2. В первом приближении ход кривой потенциальной энергии электронов в металле представляется в виде прямоугольного потенциального ящика. Почему? Ответ поясните рисунком.
3. Объясните физический смысл уровня Ферми, энергии Ферми и работы выхода электрона из металла.
4. Опишите механизм испускания электронов металлами: термоэлектронная эмиссия, холодная эмиссия, внешний фотоэффект.
5. Сформулируйте уравнение Эйнштейна для фотоэффекта, многофотонного фотоэффекта.
6. При помощи энергетической схемы уровней энергии электрона в металле докажите наличие быстрых и медленных фотоэлектронов при облучении металлом монохроматическим светом. Используя эту схему, объясните существование красной границы фотоэффекта.
7. Объясните погрешность измерения красной границы фотоэффекта ($\Delta \nu_0$ или $\Delta \lambda_0$) при температурах $T > 0$. Изменяется ли эта погрешность с ростом температур?
8. Каким образом можно изменить работу выхода электрона из металла?
9. Объясните существование задерживающего потенциала на ВАХ фотоэлемента?
10. Зависит ли значение задерживающего потенциала от частоты падающего излучения и его интенсивности?
11. В чем разница между вакуумными и газонаполненными фотоэлементами?

Литература

1. Соболева Н.А., Меламид А.Е. Фотоэлектрические приборы. М. «Высшая школа». 1974. 376 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.3. М. «Наука». 1982. 304 с. (стр. 31).

Лабораторная работа № 4. Дифракция света на стоячей ультразвуковой волне

Цель работы: изучение вопросов взаимодействия света и ультразвука, исследование акустооптических модуляторов.

Приборы и оборудование: гелий-неоновый лазер, акустооптический модулятор, генератор высокочастотный, полупроводниковый фотоприемник, экран, оптическая скамья.

Теоретическое введение

Дифракция света на ультразвуковых волнах была предсказана Бриллюэном в 1922 г. и экспериментально обнаружена десятью годами позже.

Эффект рассеяния света на ультразвуковых волнах может быть использован для управления частотой, интенсивностью и направлением оптического излучения. На основе акустооптического взаимодействия работает большое число устройств передачи сигналов и обработки информации.

Рассеяние света ультразвуком

Ультразвуковая волна – это периодическое изменение либо плотности вещества, либо напряжения деформации, распространяющееся со скоростью ультразвука v_s . Изменение плотности среды приводит к изменению показателя преломления, который в первом приближении пропорционален плотности среды. Представим ультразвуковую волну в виде:

$$\Delta n(z, t) = \Delta n \cos(\omega_s t - k_s z), \quad (1)$$

где $\omega_s/k_s = v_s$. Рассмотрим оптический пучок, падающий под углом θ_i на среду, в которой распространяется ультразвуковая волна, как показано на рис. 1. Для наглядности представим ультразвуковую волну как набор полупрозрачных зеркал, отстоящих друг от друга на длину волны λ_s и движущихся со скоростью v_s . Пусть в данный момент зеркала не двигаются. Рассмотрим дифрагирующую волну и обозначим угол дифракции θ_r . Для дифракции в данном направлении необходимо, чтобы все точки на данном зеркале излучали в этом направлении в фазе. Рассмотрим дифракцию в двух точках, например, С и В на рис. 1. При дифракции под углом θ_r разность оптического пути [АС] – [BD] должна быть кратной оптической длине волны λ/n , где n – показатель преломления среды. Это условие запишем в виде:

$$x(\cos \theta_i - \cos \theta_r) = m\lambda / n \quad (2)$$

где $m = 0, +1, +2, \dots$. Единственное значение m , при котором равенство (2) справедливо при всех значениях x , есть $m = 0$. Отсюда следует, что

$$\theta_i = \theta_r \quad (3)$$

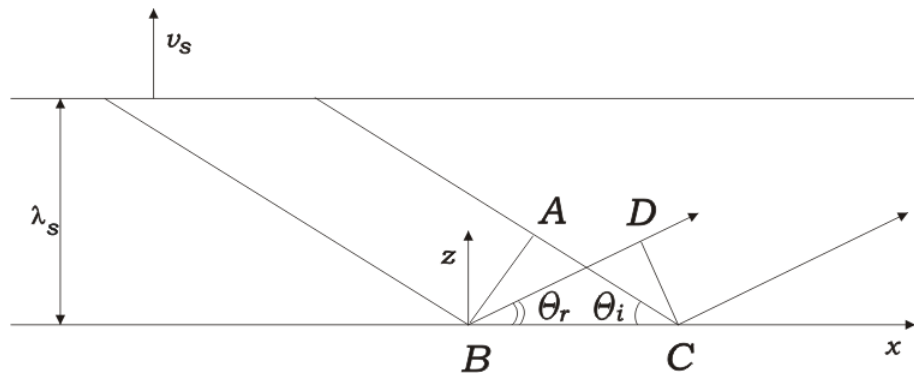


Рис. 1. Схема дифракции падающего оптического излучения на ряде равноотстоящих друг от друга отражений

Кроме условия (3) необходимо также, чтобы дифрагирующие волны от любых двух акустических фазовых фронтов вдоль направления отраженного пучка тоже складывались в фазе. Оптическая разность хода $[AO] + [OB]$ (рис. 2) при отражении от двух эквивалентных акустических волновых фронтов (две плоскости, отдаленные на λ_s) должна быть кратна оптической длине волны λ . Запишем это условие с учетом (3) и рис.2 в виде

$$2\lambda_s \sin \theta = \lambda/n, \quad (4)$$

где $\theta_i = \theta_r = \theta$.

Дифракция света, для которой выполняется условие (4), называется дифракцией Брэгга. Для того чтобы оценить угол θ , рассмотрим случай дифракции света с $\lambda = 0,5$ мкм на ультразвуковой волне с частотой 50 МГц. Для скорости ультразвука $v_s = 3 \cdot 10^3$ м/с получим $\lambda_s = v_s/v_s = 60$ мкм и из (4) $\theta \approx 0,12^\circ$.

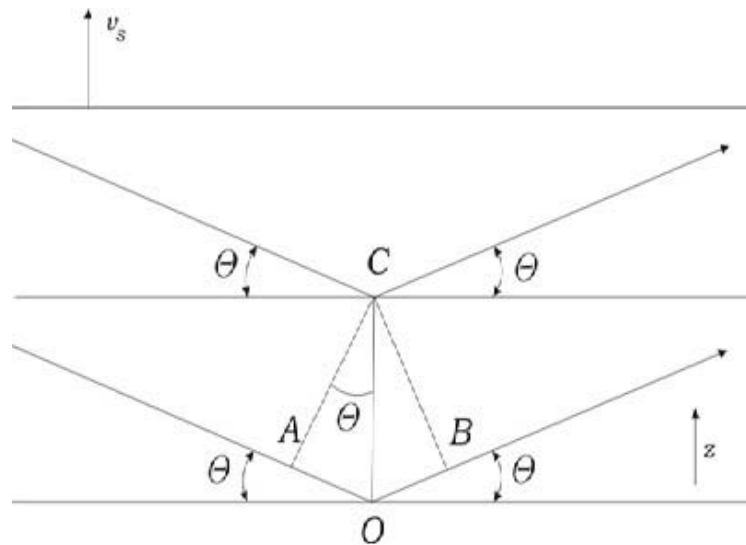


Рис. 2. Схема отражения волн в ультразвуковом поле от двух эквивалентных плоскостей. Плоскости расположены на расстоянии, равном длине ультразвуковой волны λ_s

Условие (4) идентично условию Брэгга первого порядка ($m=1$) для рассеяния рентгеновских лучей в кристаллах:

$$2d \sin \theta = m\lambda/n, \quad m = 1, 2, \dots$$

Периодический характер ультразвуковой волны играет ту же роль, что и регулярность атомных плоскостей, расстояние между которыми d . Отсутствие в (4) углов дифракции более высокого порядка ($m=0, 2, 3, \dots$) связано с синусоидальностью ультразвуковых волн. Атомные же плоскости локализованы, и это приводит к дифракции более высокого порядка.

*Корпускулярная модель брэгговской дифракции
света на ультразвуке*

Многие особенности брэгговской дифракции света на ультразвуке легче понять, если воспользоваться корпускулярной моделью для описания взаимодействия света и ультразвука. Согласно квантовой теории пучок света с волновым вектором k_i и частотой ω_i можно считать состоящим из потока частиц (фотонов) с импульсом $\hbar\vec{k}_i$ и энергией $\hbar\omega_i$. Ультразвуковую волну также можно рассматривать состоящей из частиц (фотонов) с импульсом $\hbar\vec{k}_s$ и энергией $\hbar\omega_s$. Дифракция света на ультразвуковой волне (рис.2) может быть описана с одновременным возникновением нового (дифрагирующего) фотона с частотой $\omega_d = \omega_s + \omega_i$, который распространяется вдоль направления рассеяния пучка.

Закон сохранения количества движения требует, чтобы импульс $\hbar(\vec{k}_s + \vec{k}_i)$ соударяющихся частиц был равен импульсу $\hbar\vec{k}_d$ рассеянного фотона, т.е.

$$\vec{k}_d = \vec{k}_i + \vec{k}_s, \quad (5)$$

а из закона сохранения энергии следует

$$\omega_d = \omega_i + \omega_s, \quad (6)$$

т.е. частота дифрагирующего пучка света изменяется на частоту ультразвука.

При изменении направления ультразвуковой волны процесс рассеяния падающей оптической волны можно рассматривать как процесс генерации нового (дифрагирующего) фотона и нового фонона с одновременной аннигиляцией падающего фотона. В этом случае закон сохранения энергии запишется в виде: $\omega_d = \omega_i - \omega_s$.

Выбор знака при изменении частоты в зависимости от направления распространения ультразвука будет дан ниже с использованием понятия доплеровского сдвига.

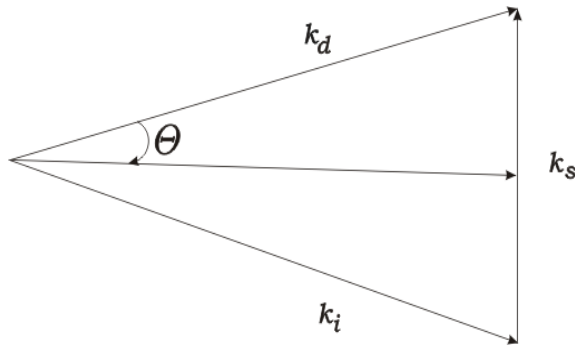


Рис. 3. Векторная диаграмма закона сохранения импульса (5)

Условие закона сохранения импульса (5) эквивалентно условию Брэгга. Чтобы показать, что это так, рассмотрим рис. 3. Поскольку значения ультразвуковых частот, представляющие интерес, лежат ниже 10^{10} Гц, а частота оптической волны обычно превышает 10^{13} Гц, то $\omega_d = \omega_i + \omega_s \approx \omega_i$. Поэтому $k_d \approx k_i$ и каждый из этих двух оптических волновых векторов можно обозначить просто через k . В таком случае волновой вектор ультразвуковой волны

$$k_s = 2k \sin \theta. \quad (7)$$

С учетом того, что $k_s = 2\pi/\lambda_s$, выражение (7) примет вид $2\lambda_s \sin \theta = \lambda/n$. Это другая запись условия дифракции Брэгга (4).

Условие сдвига частоты можно получить, рассматривая доплеровский сдвиг частоты оптического излучения, падающего на зеркало, движущееся со скоростью ультразвука под углом, удовлетворяющим условию Брэгга. Для волны, отраженной от движущегося объекта, доплеровский сдвиг частоты $\Delta\omega = 2\omega \frac{v}{c/n}$, где ω – оптическая частота и v – компонента скорости движущегося объекта, параллельная направлению распространения волны. Из рис. 2 мы имеем $v = v_s \sin \theta$ и

$$\Delta\omega = \frac{2\omega n v_s}{c} \sin \theta \quad (8)$$

Подставив сюда значение $\sin \theta$ из (4), получим

$$\Delta\omega = \frac{2\pi v_s}{\lambda_s} = \omega_s \quad (9)$$

и, следовательно, $\omega_d = \omega + \omega_s$.

Если направление распространения ультразвука изменить на обратное по сравнению с тем, что показано на рис. 2, то ультразвук будет удаляться от оптического пучка, доплеровский сдвиг изменит знак, и дифрагирующее излучение будет иметь частоту $\omega - \omega_s$.

Отметим, что при дифракции рентгеновских лучей на атомных плоскостях кристаллов частотный сдвиг отсутствует. Это вызвано неподвижностью атомных слоев.

Анализ брэгговской дифракции света на акустических волнах

Рассматривая дифракцию света на акустических волнах, будем полагать, что порядки дифракции выше первого отсутствуют и единственными двумя волнами, взаимодействующими со ультразвуковым полем, является падающая волна с частотой ω_i и дифрагирующая волна с частотой $\omega_d = \omega_i + \omega_s$.

Запишем волновое уравнение для электромагнитного поля, распространяющегося в немагнитной среде, в которой одновременно присутствует акустическое поле:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_o \varepsilon \varepsilon_o \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} + \mu_o \frac{d^2}{dt^2} (\Delta \vec{P}), \quad (10)$$

где $\Delta \vec{P}(\vec{r}, t)$ – изменение поляризации, вызванное ультразвуковой волной. Величина $\Delta \vec{P}(\vec{r}, t)$ определяется взаимодействием волны модуляции показателя преломления (1) с полями на частотах ω_i и ω_d :

$$\Delta \vec{P}(\vec{r}, t) = 2\sqrt{\varepsilon \varepsilon_o} \Delta n(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (11)$$

где $\vec{E}(\vec{r}, t)$ – суммарный вектор напряженности оптических полей на частотах ω_i и ω_d . Поляризационный член $\Delta n \cdot \vec{E}$ в (11) приводит к обмену энергией между полями.

Уравнение (10) должно выполняться как для поля на частоте ω_i , так и на частоте ω_d . Перепишем (10) для случая, когда и падающее и дифрагированное поля линейно поляризованы:

$$\nabla^2 E_i = \mu_o \varepsilon \varepsilon_o \frac{d^2 E_i}{dt^2} + \mu_o \frac{d^2}{dt^2} (\Delta P)_i \quad (12)$$

Здесь E_i – модуль вектора \vec{E}_i , а $(\Delta P)_i$ – компонент $\Delta P(\vec{r}, t)$, параллельный \vec{E}_i , частота колебаний которого есть ω_i . Компоненты поляризации, осциллирующие с другими частотами, не синхронны, и их вклад в \vec{E}_i в среднем равен нулю. Суммарное поле $\vec{E}(\vec{r}, t)$ является суммой двух бегущих волн:

$$\begin{aligned} E_i(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2} E_i(r_i) e^{i(\omega_i t - \vec{k}_i \vec{r})} + k.c., \\ E_d(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2} E_d(r_d) e^{-i(\omega_d t - \vec{k}_d \vec{r})} + k.c., \end{aligned} \quad (13)$$

где векторы \vec{k}_i и \vec{k}_d соответственно параллельны направлениям распространения падающей и дифрагированной волн. Продифференцировав дважды (13), приходим к соотношению

$$\nabla^2 E_i(\vec{r}, t) = -\frac{1}{2} (k_i^2 E_i + 2ik_i \frac{dE_i}{dr_i} - \nabla^2 E_i) \exp[i(\omega_i t - \vec{k}_i \vec{r})] + k.c. \quad (14)$$

Если E_i изменяется медленно, то $\nabla^2 E_i \ll k_i (dE_i / dr_i)$ и последним слагаемым в (14) можно пренебречь. Подставив (14) в левую часть (12) и вспомнив, что $k_i^2 = \omega_i^2 \varepsilon \varepsilon_o \mu_o$, получим:

$$k_i \frac{dE_i}{dr_i} = i\mu_o \left[\frac{d^2}{dt^2} (\Delta P)_i \right] \exp \left[-i(\omega_i t - \vec{k}_i \vec{r}) \right]. \quad (15)$$

Учет соотношения $\Delta \vec{P}(\vec{r}, t) = 2\sqrt{\varepsilon \varepsilon_o} \Delta n(\vec{r}, t) \left[\vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{E}_d(\vec{r}, t) \right]$ приводит к

$$\left[\Delta \vec{P}(\vec{r}, t) \right]_i = \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon \varepsilon_o} \Delta n E_d \left\{ e^{i[(\omega_s + \omega_d)t - (\vec{k}_s + \vec{k}_d)\vec{r}]} \right\} + k.c., \quad (16)$$

поскольку $\Delta n(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \Delta n \exp \left[i(\omega_s t - \vec{k}_s \vec{r}) \right] + k.c.$

Вычисляя произведение $\Delta n(\vec{r}, t) E(\vec{r}, t)$, мы считаем, что $\omega_i = \omega_s + \omega_d$ и, следовательно, пренебрегли несинхронными членами с частотами $\omega_d - \omega_s$ и $\omega_i + \omega_s$. Подстановка из (16) в (15) приводит к уравнению

$$\frac{dE_i}{dr_i} = -i\eta_i E_d e^{i(\vec{k}_i - \vec{k}_s - \vec{k}_d)\vec{r}}. \quad (17a)$$

Аналогично получаем

$$\frac{dE_d}{dr_d} = -i\eta_d E_i e^{-i(\vec{k}_i - \vec{k}_s - \vec{k}_d)\vec{r}}, \quad (17b)$$

$$\eta_{i,d} = \frac{1}{2} \omega_{i,d} \sqrt{\varepsilon_o \mu_o} \Delta n = \omega_{i,d} \Delta n / 2c, \quad (18)$$

где c – скорость света.

Из (17) следует, что взаимодействие между падающей и дифрагирующей волнами будет иметь место, если выполняется условие

$$k_i = k_s + k_d. \quad (19)$$

В противном случае составляющие поля в (17) периодически с пространственным периодом $l_c = \pi / |k_i - k_s - k_d|$ меняют знак. Таким образом, на расстояниях $l > l_c$ взаимодействие не «накапливается», т.е. вклады в поле от различных участков среды суммируются не в фазе и не вызывают роста поля. Расстояние l_c называют когерентной длиной. Выражение (19), как было показано ранее, есть условие Брэгга для рассеяния света на ультразвуке.

Если условие Брэгга (19) выполнено, (17) принимает вид:

$$\frac{dE_i}{dr_i} = -i\eta E_d; \quad \frac{dE_d}{dr_d} = -i\eta E_i \quad (20)$$

где $\eta_i = \eta_d = \eta$, поскольку $\omega_i \approx \omega_d$.

Трудность решения (20) заключается в том, что переменные здесь зависят от двух различных пространственных координат r_i и r_d , меняющихся в различных направлениях. Эту трудность можно преодолеть, перейдя к

координате ξ вдоль биссектрисы угла между \vec{k}_i и \vec{k}_d (рис.4). Заменим значения r_d и r_i соответствующими проекциями ξ на \vec{k}_d и \vec{k}_i :

$$r_i = \xi \cos \theta, \quad r_d = \xi \cos \theta. \quad (21)$$

Тогда (20) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dE_i}{d\xi} &= \frac{dE_i}{dr_i} \cos \theta = -i\eta E_d \cos \theta; \\ \frac{dE_d}{d\xi} &= -i\eta E_i \cos \theta \end{aligned} \quad (22)$$

Решение (22) имеет вид:

$$\begin{aligned} E_i(\xi) &= E_i(0) \cos(\eta \xi \cos \theta) - iE_d(0) \sin(\eta \xi \cos \theta), \\ E_d(\xi) &= E_d(0) \cos(\eta \xi \cos \theta) - iE_i(0) \sin(\eta \xi \cos \theta). \end{aligned}$$

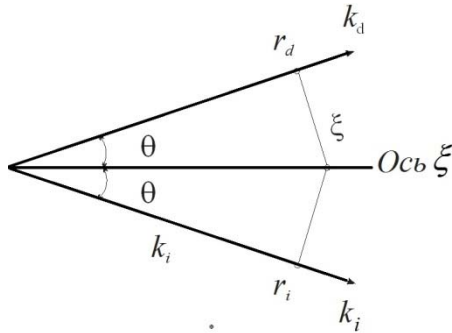


Рис. 4. Схема, поясняющая обозначения направлений и углов в дифракционном уравнении (20)

Используя соотношения между ξ, r и r_d , можно переписать решение в виде:

$$\begin{aligned} E_i(r_i) &= E_i(0) \cos(\eta r_i) - iE_d(0) \sin(\eta r_i), \\ E_d(r_d) &= E_d(0) \cos(\eta r_d) - iE_i(0) \sin(\eta r_d). \end{aligned} \quad (23)$$

Эти соотношения описывают взаимодействие между двумя полями на частотах ω_i и ω_d с произвольными фазами (поскольку $E_i(0)$ и $E_d(0)$ – комплексные величины) и произвольными амплитудами достаточно полно до тех пор, пока $\omega_i = \omega_s + \omega_d$ и выполнены условия Брэгга (19). В частном случае, когда $E_d(0) = 0$,

$$\begin{aligned} E_i(r_i) &= E_i(0) \cos(\eta r_i), \\ E_d(r_d) &= -iE_i(0) \sin(\eta r_d) \end{aligned} \quad (24)$$

суммарная оптическая мощность, переносимая обеими волнами, постоянна:

$$|E_i(r_i)|^2 + |E_d(r_d = r_i)|^2 = |E_i(0)|^2. \quad (25)$$

Если расстояние, на котором происходит взаимодействие волн, таково, что $\eta r_i = \eta r_d = \pi/2$, то мощность падающей волны полностью переходит в

мощность дифрагирующей волны. Поскольку этот эффект часто используется для технических и научных целей, имеет смысл сделать оценку эффективности такого преобразования волн в средах с известными акустическими свойствами при достижимых уровнях акустической мощности.

На основании (18) и (24) часть мощности падающей световой волны, преобразованной на расстоянии L в дифрагирующий пучок, можно записать в виде

$$\frac{I_{\text{дифр.}}}{I_{\text{пад.}}} = \frac{E_{\text{дифр.}}^2}{E_i^2(0)} = \sin^2\left(\frac{\omega l}{2c} \Delta n\right). \quad (26)$$

Дифракционную эффективность удобно выразить через интенсивность акустической волны. Для этого сначала свяжем изменение коэффициента преломления Δn с напряжением деформации s :

$$\Delta n = \frac{n^3 p}{2} s \quad (27)$$

где p – постоянная фотоупругости среды. Амплитуда деформации s связана с интенсивностью акустической волны:

$$s = \sqrt{\frac{2I_{\text{акуст.}}}{\rho v_s^3}}, \quad (28)$$

где v_s – скорость ультразвука в среде и ρ – плотность среды, (кг/м³). Из (26) и (27) следует:

$$\frac{I_{\text{дифр.}}}{I_{\text{пад.}}} = \sin^2\left[\frac{\pi l}{\sqrt{2}\lambda} \sqrt{\frac{n^6 p^2}{\rho v_s^3} I_{\text{акуст.}}}\right]. \quad (29)$$

Введем обозначение

$$M = \frac{n^6 p^2}{\rho v_s^3}. \quad (30)$$

Число M характеризует «акустическое качество» среды. Тогда (29) примет вид

$$\frac{I_{\text{дифр.}}}{I_{\text{пад.}}} = \sin^2\left[\frac{\pi l}{\sqrt{2}\lambda} \sqrt{MI_{\text{акуст.}}}\right]. \quad (31)$$

Если перейти к полной мощности $P_{\text{акуст.}}$ в среде, обозначив через b ширину ультразвуковой волны, получим

$$\frac{I_{\text{дифр.}}}{I_{\text{пад.}}} = \sin^2\left[\frac{\pi}{\lambda} \sqrt{M \frac{P_{\text{акуст.}} l}{2b}}\right]. \quad (32)$$

Значения ρ, v_s, n, p и M для некоторых материалов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры некоторых материалов, обычно используемых в акустооптике

Материал	$\rho, 10^3$ кг/м ³	v_s км/с	n	P	$M, \text{м}^2/\text{Вт}$
Вода	1,0	1,5	1,33	0,31	$1,5 \cdot 10^{-13}$
Стекло (тяжелый флинт)	6,3	3,1	1,92	0,25	$1,8 \cdot 10^{-14}$
Плавленый кварц (SiO ₂)	2,2	5,97	1,46	0,2	$9 \cdot 10^{-16}$
Ниобат лития (LiNbO ₃)	4,7	7,4	2,25	0,15	$1,8 \cdot 10^{-15}$
Молибдат свинца (PbMoO ₄)	6,95	3,75	2,3	0,28	$3,3 \cdot 10^{-14}$

Согласно (29), при малой дифракционной эффективности интенсивность дифрагирующего светового пучка пропорциональна интенсивности акустической волны. Это явление используется для акустической модуляции оптического излучения. Интенсивность акустической волны модулируется информационным сигналом. Эта модуляция затем преобразуется в соответствии с (29) в модуляцию интенсивности дифрагирующего оптического излучения.

Вычислим долю интенсивности света ($\lambda = 0,63 \text{ мкм}$), который испытывает брэгговскую дифракцию на ультразвуковой волне в тяжелом флинте при следующих условиях: акустическая мощность – 1 Вт; поперечное сечение акустической волны – 1 см; оптический путь в акустической волне – 1 см; $M = 1,8 \times 10^{-14}$. Подставив эти данные в (32), получим

$$I_{\text{дифр.}}/I_{\text{пад.}} \approx 21\%.$$

До сих пор мы рассматривали брэгговскую дифракцию, для которой характерна большая длина области взаимодействия l света и ультразвука. Однако при достаточно малом l дифракционная картина представляет собой набор большого числа дифракционных максимумов, расположенных симметрично относительно направления падающего света. Такая дифракция называется дифракцией Рамана–Ната, и происходит при любом угле падения света на ультразвуковой столб (рис. 5а).

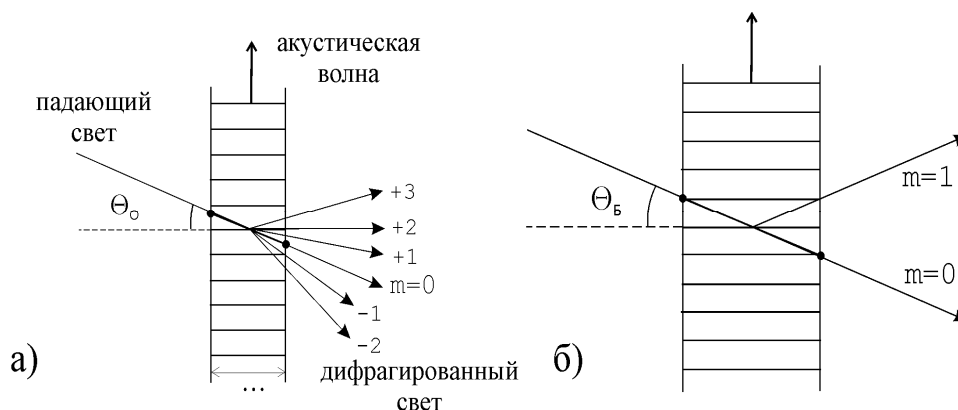


Рис. 5. Схема дифракции Рамана–Ната (а) и Брэгга (б) на ультразвуке

В этом случае направления на дифракционные максимумы определяются, как в обычной плоской дифракционной решетке:

$$\sin \theta_m = \sin \theta_o = m\lambda / \Lambda \cdot n, \quad (33)$$

где θ_m – направление на m -й дифракционный максимум ($m = 0, \pm 1, \dots$), θ_o – угол падения света. При дифракции Рамана–Ната можно считать, что световой луч проходит через области взаимодействия прямолинейно. Пренебрежение искривлением луча внутри области взаимодействия эквивалентно предположению о чисто фазовой модуляции света при его взаимодействии с упругой волной.

Режимы дифракции Рамана–Ната и Брэгга (см. рис. 5б) представляют собой два предельных случая, соответствующих малой и большой длине области взаимодействия l света и ультразвука. При непрерывном изменении l (например, при повороте кристалла, в котором наблюдается акустооптический (АО) эффект) происходит уменьшение числа дифракционных максимумов и сужение допустимых пределов углов падения света. В ходе данной работы можно наблюдать указанный переход между режимами. Граница перехода условно определяется с помощью соотношения:

$$\frac{\Lambda^2}{l\lambda} \approx 1. \quad (34)$$

Описание экспериментальной установки

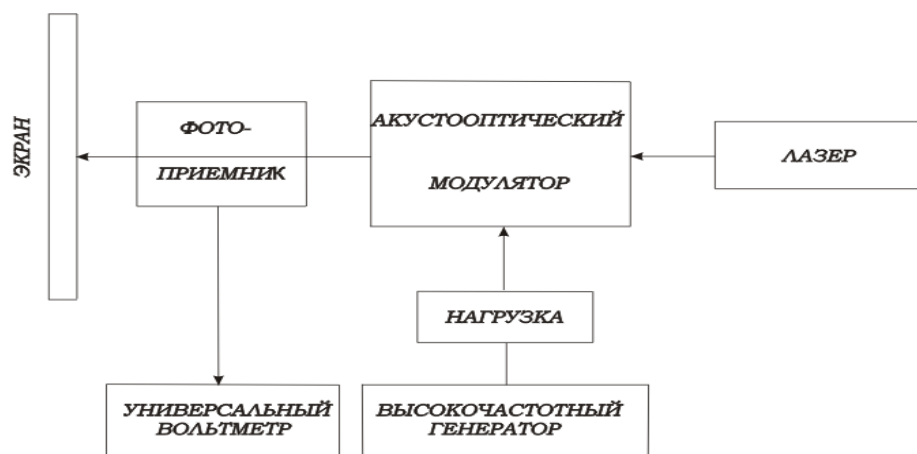


Рис. 6. Функциональная схема установки

Установка состоит из гелий-неонового лазера, акустооптического модулятора и фотоприемника, закрепленных на оптической скамье, а также высокочастотного генератора, универсального вольтметра и экрана. Функциональная схема экспериментальной установки представлена на рис. 6.

Лазер, модулятор и фотоприемник закреплены на столиках и расположены на оптической оси установки. Настройка фотоприемника на первый дифракционный максимум и его смещение с оптической оси осуществляется вращением рукоятки столика с фотоприемником. Эта

рукоятка, задающая поперечное смещение верхней плоскости кремальерного столика (типа «ласточкин хвост») относительно луча, расположена вдоль оптической оси системы.

Лазерный луч, пройдя через возбужденный от генератора модулятор, попадает на фотоприемник, сигнал с которого измеряется универсальным вольтметром, или на экран с миллиметровой шкалой, по которой отсчитывается перемещение дифракционного максимума.

Акустооптический модулятор зафиксирован на поворотном столике таким образом, чтобы лазерный луч попадал в центр окна модулятора и частично отраженный от его входной поверхности луч возвращался в выходное отверстие лазера. Юстировка столика осуществляется его поворотом вокруг вертикальной и горизонтальной оси. Для настройки по вертикальной оси используется маховичок, которым можно перемещать модулятор в пределах $\pm 15^{\circ}$ с точностью отсчета в $1'$. Отсчет в градусах ведется по цилиндрической поверхности резьбовой гайки. Минутные деления отсчитываются по шкале, нанесенной на срезе барабана, в пределах $\pm 60'$. Подстройка по горизонтальной оси осуществляется с помощью винта на нижней плоскости столика.

Генератор выдает высокочастотные электромагнитные колебания, которые преобразуются в акустооптическом модуляторе в акустические. Модулятор – это звукопровод, то есть призма из стекла ТФ-7, к которой методом диффузионной сварки прикреплен пьезопреобразователь из ниобата лития и согласующая катушка индуктивности. Все это размещено в металлическом корпусе и закрепляется на юстируемом столике. Электрическое поле, приложенное к преобразователю, возбуждает акустическую продольную волну, которая распространяется в стеклянной призме. Акустическая волна, вследствие фотоупругого эффекта, вызывает локальные изменения показателя преломления, и появляется дифракционная решетка. Таким образом, при прохождении лазерного излучения через среду с периодически возмущенным показателем преломления возникает дифракция, которая наблюдается на экране. Модулятор, используемый в установке, работает на частотах до 80 мГц при допустимой мощности 4 Вт.

Для получения дифракции входная поверхность кристалла должна быть сориентирована относительно оптической оси лазера, чтобы частично отраженный от призмы луч возвращался в выходное отверстие лазера. Дифракционная картина наблюдается при определенных углах поворота модулятора, частоте и напряжении генератора.

Перед выполнением работы следует ознакомиться с порядком настройки и работы генератора, который дан в приложении к работе.

Порядок выполнения работы

1. Проверить правильность сборки установки.
2. Включить в сеть лазер, вольтметр и генератор.
3. Установить на вольтметре режим измерения постоянного тока, выбрать оптимальный предел измерения и не переключать его по ходу работы.
4. Настроить генератор для работы.

I. Изучение дифракции Рамана-Ната

5. Установить значение «0» по шкале барабана поворотного столика. Сдвинув от оптической оси фотоприемник и задав максимальные частоту и выходное напряжение генератора, получить на экране дифракционную картину Рамана–Ната (рис. 7):

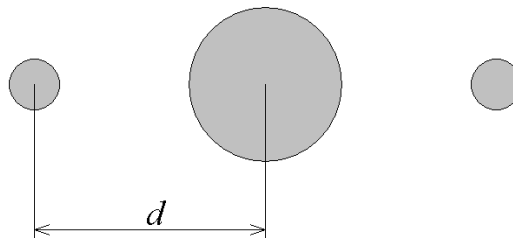


Рис. 7. Дифракционная картина Рамана–Ната

6. Настроить фотоприемник на один из первых дифракционных максимумов. Для максимальной частоты генератора снять зависимость фототока I_ϕ , соответствующего интенсивности одного из первых дифракционных максимумов, от напряжения на генераторе с шагом 1 В. Сделать 3 серии измерений.

II. Изучение дифракции Брэгга

7. Получить на экране дифракцию Рамана–Ната и, поворачивая маховичок поворотного столика вправо и влево (по часовой стрелке и против), найти предельные углы $\theta_{\text{бр}}$, при которых возникает дифракция Брэгга. Для точного определения $\theta_{\text{бр}}$ настроить фотоприемник на исчезающий (при повороте) максимум и добиться минимального сигнала на фотоприемнике. Измеренные 5 раз значения $\theta_{\text{бр}}$ (для правого и левого максимума) занести в таблицу 2. Выставить максимальные частоту и выходное напряжение на генераторе. Снять зависимости интенсивности одного из первых дифракционных максимумов I_ϕ от угла Брэгга. Сделать 3 серии измерений с шагом 5', поворачивая маховичок до получения фонового сигнала на фотоприемнике.

Таблица 2. Результаты измерения углов Брэгга

№	$\theta_{\text{бр}}$ (правый максимум)	$\theta_{\text{бр}}$ (левый максимум)
...

8. Снять зависимость расстояния d между нулевым и первым дифракционными максимумами от частоты ν при максимальном выходном напряжении на генераторе.

Обработка результатов

I. Дифракция Рамана–Ната

1. Построить зависимость доли мощности лазерного излучения, отклоняемого акустической волной, от мощности акустической волны (в условных единицах силы тока).

2. По формуле (32) оценить (используя данные для модулятора МЛ-201-1) величину $I_{\text{дифр.}} / I_{\text{пад.}}$. Взять размеры акустического фронта 1×1 см, мощность $P = 1$ Вт. Сравнить (по порядку) с результатами п.1.

II. Дифракция Брэгга

3. По результатам п.8., используя (4), определить длину звуковой волны λ_s , пренебрегая дисперсией показателя преломления n .

4. Построить зависимость $d(\nu)$ и сделать вывод о ее соответствии условию Брэгга (4).

5. Определить количество периодов $N = l \text{tg} \theta_{\text{оп}} / \lambda_s$, которое проходит лазерный луч внутри ультразвукового столба (возмущенной области) длиной $l = 12$ мм.

Сделать выводы относительно возможности использования акустооптического взаимодействия для модуляции излучения.

Контрольные вопросы и упражнения

1. Объясните смысл АО эффекта, используя рис. 1.
2. Получите формулу (2) для дифракции Брэгга.
3. Пользуясь рис. 3, объясните корпускулярную модель АО взаимодействия.
4. Как возникает доплеровский сдвиг частоты для световой волны?
5. Получите соотношение (32).
6. Что такое естественное двулучепреломление?
7. Что такое АО модулятор и каково его применение?

Список литературы


1. Бондаренко В.С., Зоренко В.П., Чкалова В.В. Акустические модуляторы света. М.: Радио и связь, 1988.
2. Ярив А. Квантовая электроника. Гл.14. М.: Советское радио, 1980.
3. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985.

Приложение

Настройка и порядок работы с генератором сигналов высокой частоты Г4-154

Генератор предназначен для выдачи в радиотехнические устройства сигналов в диапазоне частот 100 кГц ÷ 51 мГц. Выходное напряжение на согласованной нагрузке 50 Ω, подключенной к выходу «1-12V», регулируется от 0 до 13 В.

Проверить подключение нагрузки 50 Ω к выходу «1-12V».


Установить ручки «УСТАНОВКА f», «УСТАНОВКА Є, АМ» в среднее положение, обозначенное символом .

Тумблером «сеть» подключить к сети ~220 В и выдержать время установления рабочего режима – пять минут.

Кнопкой «НГ-АМ» включить режим немодулированных колебаний, при этом загорается светодиод «НГ».

Кнопкой «УСТ. Є – УСТ. АМ» индикаторное табло переключить для отображения выходного напряжения генератора, при этом загорается светодиод «V».

Изменение частоты.

Для увеличения частоты надо плавно передвинуть ручку «УСТАНОВКА f» вправо, наблюдая рост частоты на табло и при нужном значении f плавно вернуть ручку в среднее положение – .

Для уменьшения частоты надо ручку плавно передвинуть влево и при достижении нужной частоты так же плавно вернуть ручку в среднее положение.

Так как в работе используются частоты 40-51 мГц, то перестройка частоты должна происходить только в этом диапазоне, при этом должен гореть светодиод «MHz».

Изменение выходного напряжения.

Напряжение задается ручкой «УСТАНОВКА Є, АМ» от 0 до 13 В от среднего положения ручки  аналогично изменению частоты.

Необходимо учесть, что для перестройки частоты и напряжения ручки нельзя оставлять в крайнем положении.

По окончании работы генератор отключить тумблером «сеть».

Лабораторная работа № 5. Магнитооптический эффект Фарадея

Цель работы: исследовать магнитооптический эффект Фарадея, определить насыщающее поле, намагниченность насыщения в пленке феррит-граната.

Приборы и оборудование: лазер, поляризаторы, магнитные катушки, фотоприемник, блок управления; графопостроитель, источник питания, эпитаксиальная пленка феррит-граната.

Теоретическое введение

Электромагнитная природа света и вещества позволяют предположить, что оптические свойства вещества должны изменяться при его внесении в электрическое или магнитное поле. Действительно, такие изменения были обнаружены на опыте. В 1846 году М. Фарадей открыл магнитооптическое явление – вращение плоскости поляризации света в магнитном поле. Затем Керр в 1875 году открыл «электрооптическое явление», названное его именем. В 1877 году тот же Керр обнаружил, что намагниченное железное зеркало иначе отражает поляризованный свет, чем ненамагниченное (магнитооптический эффект Керра). В дальнейшем были открыты и другие электрооптические и магнитооптические явления. К последним относятся эффект Зеемана (1906 г.), Коттона–Муттона (1910 г.) и другие.

Определим основные понятия, необходимые для понимания физической сути магнитооптических явлений.

Поляризованные волны – волны, у которых направления электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей сохраняются неизменными в пространстве или изменяются по определенному закону.

Направление поляризации – направление вектора электрического поля \vec{E} (светового вектора, $\vec{E} \perp \vec{H}$).

Плоскость поляризации – плоскость, проходящая через световой вектор \vec{E} и направление распространения электромагнитной волны, задаваемое единичным вектором \vec{s} или волновым вектором \vec{k} .

Любой прибор, служащий для получения линейно-поляризованного света, называется поляризатором. Тот же прибор, применяемый для исследования поляризованного света, называется анализатором. Примерами поляризаторов являются кристалл турмалина, поляризационная призма Никòля (никòль), поляроид (искусственная коллоидная пленка) и т.д.

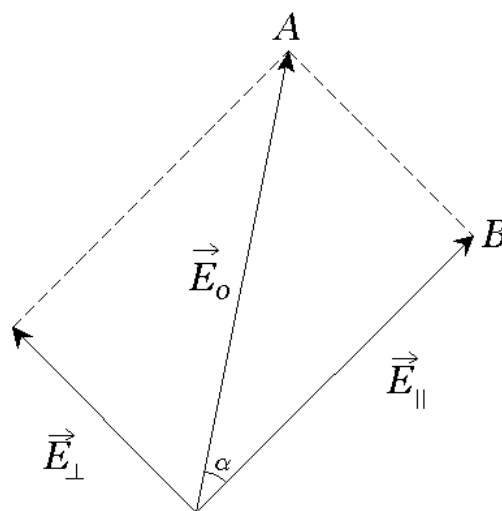


Рис. 1. Разложение электрического вектора

Пусть два поляризатора поставлены друг за другом так, что их оси ОА и ОВ образуют между собой некоторый угол α (рис. 1). Первый поляризатор пропустит свет, электрический вектор \vec{E}_0 которого параллелен его оптической оси АО. Обозначим через I_0 интенсивность этого света. Разложим вектор \vec{E}_0 на вектор \vec{E}_{\parallel} , и вектор \vec{E}_{\perp} , перпендикулярный ему, то есть $\vec{E}_0 = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp}$. Составляющая \vec{E}_{\perp} не пройдет через второй поляризатор, поэтому через систему пройдет свет с электрическим вектором $\vec{E} = \vec{E}_{\parallel}$, длина которого $E = E_0 \cos \alpha$. Интенсивность света, прошедшего через оба поляризатора, будет

$$I = I_0 \cos^2 \alpha . \quad (1a)$$

Это соотношение справедливо для любого поляризатора и анализатора и называется законом Малюса. Если слой, вращающий плоскость поляризации на угол α , поместить между скрещенными под углом $\varphi = \pi/2$ поляризаторами, то относительная интенсивность Φ прошедшего сигнала имеет вид:

$$\Phi = I / I_0 = \cos^2 (\pi / 2 + \alpha) = \sin^2 (\alpha) \approx \alpha^2 , \quad (1б)$$

если угол поворота невелик.

Естественное вращение плоскости поляризации

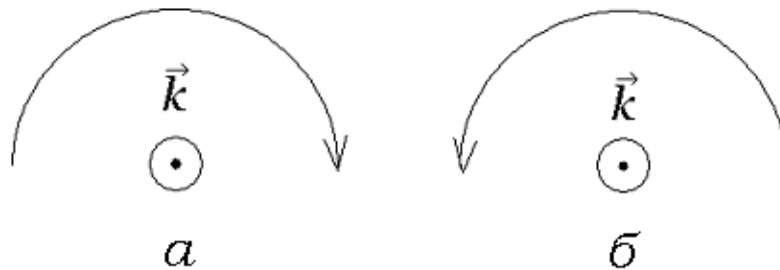


Рис. 2. Направление вращения плоскости поляризации: положительное (а) и отрицательное (б)

Если линейно-поляризованный свет проходит через плоскопараллельный слой вещества, то в некоторых случаях плоскость поляризации света оказывается повернутой относительно своего исходного положения. Это явление называется вращением плоскости поляризации или оптической активностью. Если вещество не находится во внешнем магнитном поле, то оптическая активность и вращение плоскости поляризации называются естественными. В противном случае говорят о магнитном вращении плоскости поляризации или эффекте Фарадея.

В зависимости от типа вещества естественное вращение плоскости поляризации может происходить и влево, и вправо, причем эти два направления условились относить к наблюдателю, к которому свет

приближается. Вращение вправо считается положительным («+»), влево – отрицательным («-») (рис. 2).

Естественно-активные среды, как правило, полностью изотропны. Это приводит к тому, что естественно-активное вещество (чаще всего жидкость) вращает плоскость поляризации в одну и ту же сторону, независимо от направления распространения света.

Согласно Френелю, вращение плоскости поляризации, какова бы ни была его физическая природа, есть проявление особого, так называемого кругового двойного лучепреломления. Предположим, что плоская волна с вращающейся плоскостью поляризации распространяется в положительном направлении z . В силу поперечности волны составляющие ее электрического вектора

$$\begin{cases} E_x = A \cos \alpha \cos(\omega t - kz) \\ E_y = A \sin \alpha \cos(\omega t - kz) \end{cases}, \quad (2)$$

где A – амплитуда колебаний, k

– волновое число, α – угол между световым вектором \vec{E} и осью x (рис. 3). Этот угол может зависеть от z , поэтому полагаем, что $\alpha = \alpha'z$, где α' – вращение на единицу длины. Если $\alpha' > 0$, то угол α при распространении волны уменьшается, то есть происходит вращение по часовой стрелке (вправо); при $\alpha' < 0$ – вращение плоскости поляризации влево. Перепишем (2) с учетом α' и тригонометрических формул:

$$E_x = \frac{A}{2} \cos(\omega t - kz + \alpha'z) + \frac{A}{2} \cos(\omega t - kz - \alpha'z),$$

$$E_y = \frac{A}{2} \cos\left(\omega t - kz + \alpha'z + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{A}{2} \cos\left(\omega t - kz - \alpha'z - \frac{\pi}{2}\right).$$

Разложим полученную волну на две: $\vec{E} = \vec{E}^+ + \vec{E}^-$, где

$$E_x^+ = \frac{A}{2} \cos(\omega t - k^+z), \quad E_y^+ = \frac{A}{2} \cos\left(\omega t - k^+z + \frac{\pi}{2}\right), \quad (3)$$

$$E_x^- = \frac{A}{2} \cos(\omega t - k^-z), \quad E_y^- = \frac{A}{2} \cos\left(\omega t - k^-z - \frac{\pi}{2}\right) \quad (4)$$

и введены обозначения:

$$k^+ = k - \alpha', \quad k^- = k + \alpha'. \quad (5)$$

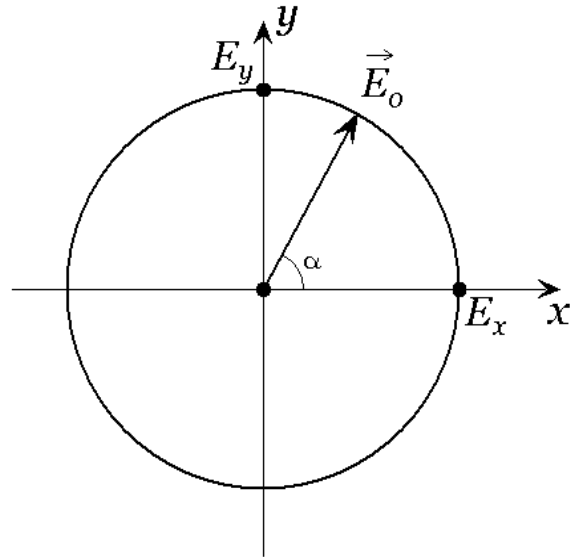


Рис. 3. Разложение электрического вектора при

Обе волны (3) и (4) поляризованы по кругу. Определим направление вращения плоскости поляризации у каждой из них, взяв производную по времени, например, для E_x^+ и E_y^+ :

$$\dot{E}_x^+ = -\omega \frac{A}{2} \sin(\omega t - k^+ z);$$

$$\dot{E}_y^+ = -\omega \frac{A}{2} \sin\left(\omega t - k^+ z + \frac{\pi}{2}\right).$$

При $t=0$, $z=0$ получим $E_x^+ = \frac{A}{2}$, $\dot{E}_y^+ = -\omega \frac{A}{2} < 0$, то есть поворот происходит по часовой стрелке, т.к. точка, находящаяся на горизонтальной оси $x = \frac{A}{2}$, начинает двигаться вниз.

Аналогично из уравнения (4) получим вращение против часовой стрелки (влево) (рис. 4).

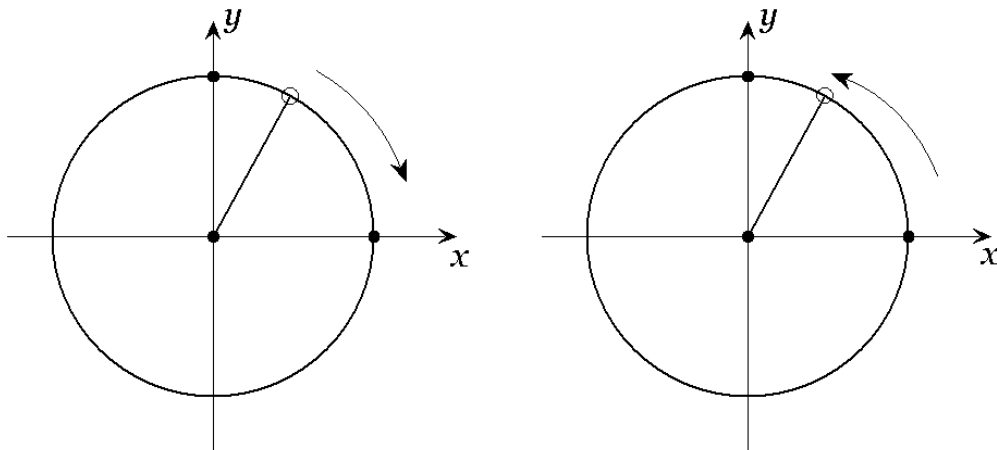


Рис. 4. Направление круговой поляризации

Иначе говоря, волна (3) поляризована по правому, а волна (4) – по левому кругу, то есть волну с вращающейся плоскостью поляризации можно рассматривать как наложение этих двух волн. Их скорости определяются выражениями:

$$v^+ = \frac{\omega}{k - \alpha'}; \quad v^- = \frac{\omega}{k + \alpha'}, \quad (6)$$

а показатели преломления – выражениями

$$n^+ = \frac{c}{v^+} = \frac{c}{\omega}(k - \alpha'); \quad n^- = \frac{c}{\omega}(k + \alpha'). \quad (7)$$

Отсюда получаем:

$$n^- - n^+ = \frac{2c}{\omega} \alpha', \quad \alpha = \frac{\omega}{2c}(n^- - n^+). \quad (8)$$

Если $n^- - n^+ > 0$, то $\alpha' > 0$, то есть вращение плоскости поляризации происходит вправо, и наоборот. Таким образом, плоскость поляризации вращается в ту же сторону, что и электрический вектор поляризованной по кругу волны с меньшим показателем, то есть с большей фазовой скоростью.

Магнитное вращение плоскости поляризации

Естественно-неактивное вещество, помещенное в сильное постоянное магнитное поле, вращает плоскость поляризации, когда свет распространяется вдоль магнитного поля. Для наблюдения этого явления можно воспользоваться электромагнитом, вдоль оси которого просверлен цилиндрический канал. Электромагнит (две магнитные катушки) помещается между скрещенными поляризаторами, исследуемый образец вводится между полюсами электромагнита, создающего достаточно однородное магнитное поле. Если наблюдатель смотрит в направлении магнитного поля, то вращение вправо условилось считать положительным, а влево – отрицательным. В первом случае вращение происходит в ту же сторону, куда течет ток по виткам электромагнита, во втором – в противоположную сторону. Большинство веществ (как правило, диамагнетики) обладает положительным вращением (вода, инертные газы). Среди парамагнитных веществ (намагничивающихся во внешнем поле по направлению поля и имеющих положительную магнитную восприимчивость) значительное число отрицательно вращающих, например, соли железа и редкоземельных элементов, $K_2Cr_2O_7$, $KCrO_4$ и др.

Опыты Фарадея и Верде показали, что угол поворота плоскости поляризации пропорционален длине пути l света в веществе и напряженности внешнего магнитного поля, то есть магнитной индукции B в веществе:

$$\alpha = V l B, \quad (9)$$

где коэффициент V называется постоянной Верде, или магнитной вращательной способностью. Он зависит от рода вещества, его физического состояния и длины волны.

Таблица 1. Характеристики магнитного вращения

Вещество	α			В расчете
	$\lambda = 656$ нм	$\lambda = 589$ нм	$\lambda = 486$ нм	
Вода	0,0102'	0,0130'	0,0197'	на 1 см в поле 1 Гс
Сероуглерод	0,0319'	0,0415'	0,0667'	
Кварц	0,0136'	0,0166'	0,0250'	
Железо	217°	195°	145°	на 10 ⁻³ см в поле 15000 Гс

В таблице 1 приведены характеристики магнитного вращения для некоторых веществ при комнатной температуре.

В ферромагнитных материалах угол поворота α не пропорционален B , но в сильных магнитных полях возрастает медленно с возрастанием B ,

приближаясь асимптотически к предельному значению. Магнитная восприимчивость у ферромагнетиков положительна ($\chi > 0$) и достигает значений $10^4 \div 10^5$.

На рис. 5 приведена кривая безгистерезисного намагничивания ($0 - B_m$) и петля гистерезиса поликристаллического железа. Значение индукции B_m соответствует намагниченности насыщения J_s . Значение J зависит от «магнитной предыстории» образца, и это делает зависимость намагниченности J от напряженности H неоднозначной (наблюдается магнитный гистерезис). Отметим, что в системе СГС

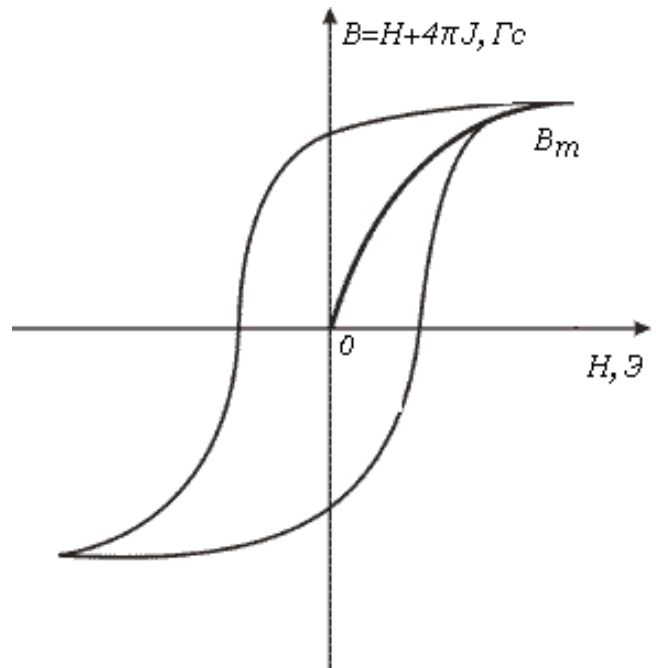


Рис. 5. Кривая намагничивания железа

(гауссовой) напряженность H измеряется в эрстедах (Э), а индукция магнитного поля B – в гауссах (Гс), тогда как в СИ H (А/м) и B (Тл). При этом $1 \text{ Гс} = 10^{-4} \text{ Тл}$.

Согласно Кундту, угол α пропорционален намагниченности магнетика $J = \frac{(\mu - 1)}{4\pi\mu} B$, где μ – магнитная проницаемость. Этот угол определяется

выражением

$$\alpha = K J l, \quad (10)$$

где K – постоянная Кундта. Ферромагнетик можно считать намагниченным до насыщения при $B = 15000 \text{ Гс}$, при этом благодаря высокой магнитной проницаемости $\mu \sim 10^2 - 10^5$ напряженность магнитного поля может составлять несколько десятков эрстед.

Физический смысл эффекта Фарадея

Природа магнитного вращения плоскости поляризации была объяснена Г.А. Лорентцом после открытия эффекта Зеемана. Этот эффект заключается в том, что при внесении в магнитное поле \vec{B} исследуемого вещества его спектральные линии расщепляются. Если предположить, что излучающими центрами вещества являются гармонические осцилляторы в виде квазиупругих связанных электронов, то при наличии постоянного магнитного поля на них будет действовать сила Лоренца $\vec{F}_L = -\frac{e}{c} [\dot{\vec{r}} \vec{B}]$ (заряд электрона обозначен через $-e$). Уравнение движения электрона принимает вид

$$\ddot{\vec{r}} + \omega_0^2 \vec{r} + 2[\vec{r} \vec{\Omega}] = 0, \quad (11)$$

где $\vec{\Omega} = \frac{e}{2mc} \vec{B}$ – ларморовская частота вращения, ω_0 и m – собственная частота и масса электрона. Решение для (11) записывается в виде

$$\omega = \Omega \pm \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2} \approx \Omega \pm \omega_0, \quad (12)$$

т.к. $\Omega \approx 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ($B = 10^4 \text{ Гс}$), $\omega_0 \approx 10^{15} \text{ с}^{-1}$, т.е. $\Omega \ll \omega_0$.

Когда направления магнитного поля и распространения света совпадают, большей собственной частоте $\omega_+ = \omega_0 + \Omega$ соответствует вращение по, а меньшей – $\omega_- = \omega_0 - \Omega$ – против часовой стрелки, если смотреть в направлении магнитного поля.

Так как ω_+ и ω_- различны, то различны и скорости распространения обеих циркулярно поляризованных волн. Этим принципиально объясняется магнитное вращение плоскости поляризации, поскольку согласно Френелю, при сложении таких двух волн получается волна с вращающейся плоскостью поляризации.

Угол поворота находим из (8):

$$\alpha = \frac{\omega l}{2c} (n^- - n^+) = \frac{\pi l}{\lambda} (n^- - n^+), \quad (13)$$

где n^+ и n^- – показатели преломления волн с частотами ω_+ и ω_- . При выборе знака учтено, что направления вращения плоскостей поляризации в случае естественного и магнитного вращения в нашем случае противоположны.

Формулу (13) удобно исследовать графически. На рис. 6 представлены графики для показателей преломления n^+ и n^- как функций частоты света ω .

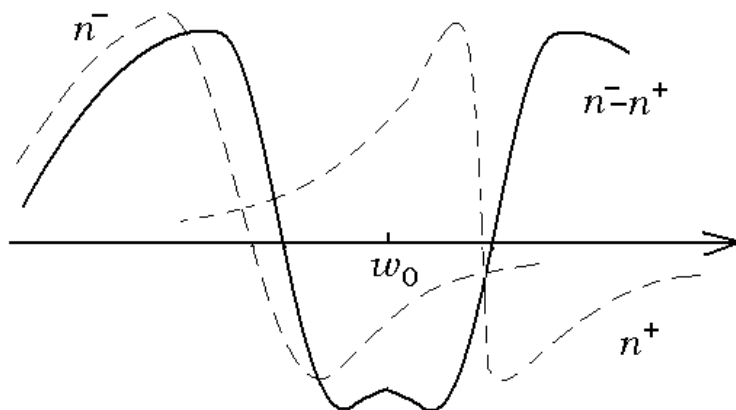


Рис. 6. Дисперсионные кривые для показателей преломления

Их разность представлена сплошной линией. Вне интервала (ω^-, ω^+) разность $n^- - n^+$, а с ней и вращение плоскости поляризации положительны, а внутри этого интервала – отрицательны.

В любом случае направления ларморовского

вращения Ω , а, следовательно, и магнитного вращения поляризации определяются только направлением магнитного поля \vec{B} и не зависят от направления распространения света, в отличие от естественного вращения.

Поляризованные по кругу в противоположных направлениях волны в окрестности полос поглощения (т.е. вблизи точек перехода через 0 кривых $n(\omega)$ на рис. 6) могут отличаться не только скоростями распространения, но и коэффициентами поглощения. Тогда они выйдут с разными амплитудами. Таким образом, изначально линейно-поляризованный свет при наличии поглощения выйдет эллиптически поляризованным. Это явление называется круговым дихроизмом.

Эффект Фарадея в ферромагнетиках используется в технике СВЧ для создания устройств, передающих энергию электромагнитной волны в заданном направлении. Такие устройства называются невзаимными. Примерами невзаимных устройств являются вентиль СВЧ (передает волну лишь в одном направлении), фазовращатель (поворачивает плоскость поляризации (фазу) проходящей через него волны на любой угол) и др. Основой таких устройств являются ферриты и феррит-гранаты.

Ферриты – химические соединения окиси железа с окислами двухвалентных металлов (обычно Ni, Co, Mn, Mg, Cu), сочетающие ферромагнитные свойства с полупроводниковыми. Из-за высокого удельного сопротивления ($10^6 \div 10^8$ Ом·см) они прозрачны в СВЧ области.

Феррит-гранаты – соединения структуры граната с общей формулой $R_3Fe_5O_{12}$, где R_3 – редкоземельные элементы Eu^{3+} , Gd^{3+} , Ho^{3+} , Y^{3+} и др.

Описание экспериментальной установки

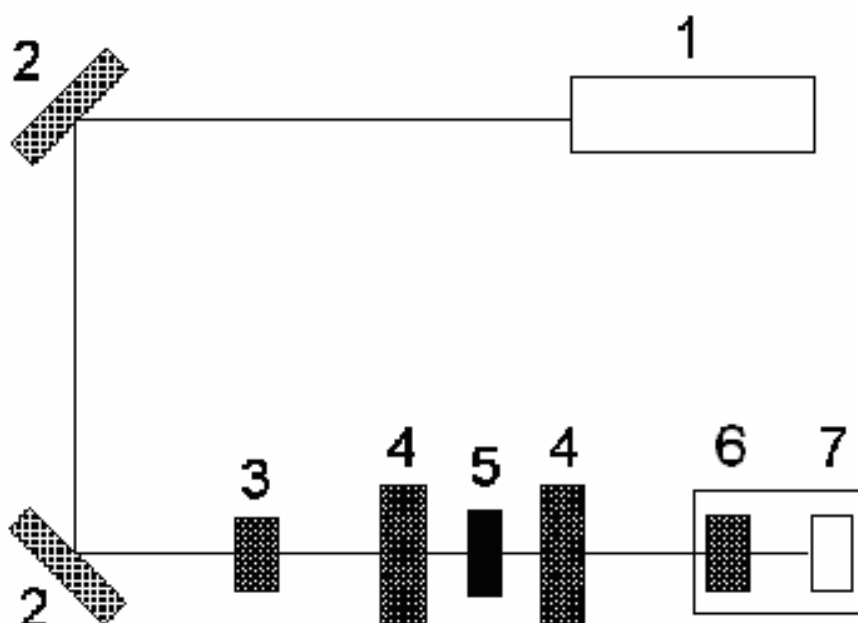


Рис. 7. Оптическая схема лабораторной установки

Состав и назначение аппаратуры:

1. Оптический стол с размещенным на нем гелий-неоновым лазером (1), зеркалами (2), поляризатором (3), катушками (4) с образцом (5), анализатором (6) с фотоприемником (7), смонтированными в одном корпусе. Оптическая схема приведена на рис. 7.

2. Блок управления предназначен для изменения величины и направления вектора напряженности магнитного поля. Управление полем осуществляется в ручном или автоматическом режимах в диапазонах $0 \div 60$, $0 \div 180$ и $0 \div 300$ эрстед.

В автоматическом режиме задается время развертки 1, 3 или 10 минут. Для работы в ручном режиме тумблер «АВТ-РУЧ» переключить в положение «РУЧ», выбрать диапазон изменения поля, нажав одну из кнопок «60», «180», «300» эрстед и плавно повернуть ручку «РУЧН УПР». Величина напряженности поля отсчитывается по встроенному прибору на передней панели блока управления при нажатой кнопке «Н». При возврате на «0» ручки «РУЧН УПР» ток, проходящий через катушки, меняет направление, и, следовательно, вектор напряженности меняет направление на противоположное, ориентируясь по лучу лазера или против. Сигнал с фотоприемника контролируется по тому же прибору при нажатой кнопке «ФП». Светодиоды показывают величину напряженности поля «0» или достижение амплитуды « H_{max} » в выбранном диапазоне, а также направление вектора напряженности по лучу лазера \vec{H}_{\uparrow} или против \vec{H}_{\downarrow} . Передняя панель блока управления представлена на рис. 8.

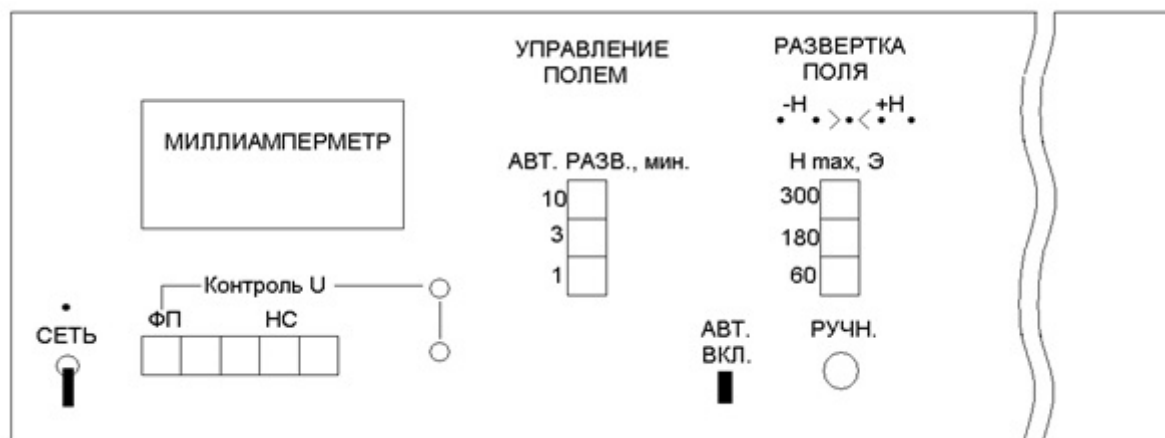


Рис. 8. Передняя панель блока управления

Источник питания подключен к блоку управления и обеспечивает катушки постоянным током до 2 А напряжением до 27 В.

3. Графопостроитель предназначен для получения диаграмм, т.е. графических зависимостей сигнала с фотоприемника от напряженности поля и подключен координатой Y к гнездам «Контроль U» на передней панели и координатой X к гнезду X блока управления. Функциональная схема установки показана на рис. 9.

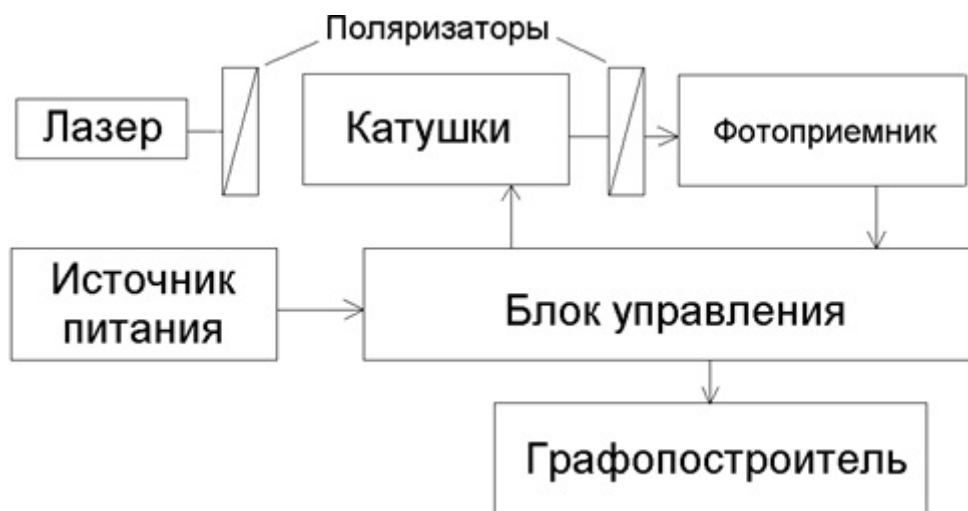


Рис. 9. Функциональная схема установки

Порядок выполнения работы

Включить в сеть ~220 В лазер, блок управления и источник питания и подождать для выхода на рабочий режим блока управления 20 минут.

1. Построение зависимости фарадеевского вращения плоскости поляризации от величины напряженности магнитного поля

На блоке управления тумблер «АВТ-РУЧ» переключить в положение «РУЧ»

Выбрать диапазон изменения напряженности поля, нажав одну из кнопок «60», «180», «300»

Нажать кнопку «ФП», при этом стрелка прибора должна отклониться влево, что в отсутствие поля соответствует минимальному сигналу с фотоприемника, то есть поляризатор и анализатор скрещены. При необходимости произвести подстройку анализатора ручкой, расположенной под корпусом фотоприемника.

Для управления полем надо нажать кнопку «Н» и, плавно вращая ручку «РУЧН УПР» задать по прибору нужную величину напряженности поля.

Переключить прибор на «ФП», при этом увеличенный сигнал с фотоприемника надо свести к минимальному. Для этого ручкой следует повернуть анализатор, при котором стрелка прибора снова максимально отклонится влево. Угол, на который отклонился анализатор, отсчитывается по шкале на корпусе фотоприемника. В зависимости от направления вектора напряженности поля по лучу лазера или против, анализатор будет поворачиваться по часовой стрелке или против, если смотреть против луча лазера.

Снять зависимость угла поворота плоскости поляризации от величины напряженности магнитного поля.

2. Определение насыщающего поля H_S и намагниченности J_S насыщения

2.1. Выставить минимальный сигнал с фотоприемника.

2.2. Подключить к сети ~ 220 В графопостроитель: на панели управления графопостроителя нажать кнопку «Сеть», на блоках постоянного напряжения кнопки «Вкл.»

2.3. Положить миллиметровку на стол графопостроителя. Для фиксирования бумаги нажать кнопку «Диагр.»

2.4. На блоке управления задать время развертки поля (рекомендуется 1 минута) и диапазон изменения поля (60, 180, 300 эрстед).

2.5. Нажать кнопку «ФП».

2.6. Переключить тумблер «АВТ-РУЧ» в положение «АВТ», при этом «перо» графопостроителя начнет движение.

2.7. На графопостроителе подобрать ручками масштаба «V/см», «Рег. Масш.» и «Уст. 0» удобный масштаб для получения диаграмм (рекомендуется 0,05 В/см).

2.8. Пронаблюдать, как двигается перо, и после этого для вычерчивания графика нажать кнопку «Перо».

2.9. Получить диаграммы $I_{\phi n}(H)$ для трех диапазонов изменения поля (60, 180, 300 эрстед).

2.10. По полученным диаграммам $I_{\phi n}(H)$ определить насыщающее поле H_s .

2.11. По полученным данным построить график зависимости угла фарадеевского вращения $\alpha = \sqrt{\Phi}$ от величины поля H . Сравнить результаты п. 1 и п. 2 с учетом погрешности и сделать выводы о характеристиках H_s и α исследуемого образца, зная, что для исследуемого образца удельное фарадеевское вращение α / l не превышает 1 град/мкм.

Контрольные вопросы и упражнения

1. Между двумя поляризаторами, повернутыми относительно друг друга на 45° , в продольном магнитном поле помещен слой вещества, вращающий плоскость поляризации. На какой угол этот слой должен вращать плоскость поляризации, чтобы система была оптическим вентиляем, т.е. свет проходил бы через нее только в одном направлении?
2. Как будет вести себя оптический вентиль, описанный в предыдущей задаче, если направление магнитного поля изменить на противоположное, оставляя без изменения взаимное расположение поляризаторов и величину напряженности магнитного поля?
3. Может ли установка, описанная в задаче 1, быть оптическим вентиляем, если между поляризаторами поместить слой оптически активного вещества без магнитного поля?
4. В чем разница между естественным и магнитным вращением плоскости поляризации?
5. Получите закон Малюса.
6. Дайте определение диа-, пара- и ферромагнетиков.

7. Выведите формулу (12). (Подсказка: перейдите к координатной форме уравнения (11) и объедините x и y с помощью комплексного представления $S = x + iy$).

8. Что такое круговой дихроизм?

Список литературы

Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. Гл. 5, 8. М.: Наука, 1980.

Квантовая электроника. Маленькая энциклопедия. М.: Сов. энциклопедия, 1969.

Лабораторная работа №6. Электрооптический эффект в кристаллических средах

Цель работы: ознакомление с теорией электрооптического эффекта, экспериментальные исследования линейного электрооптического эффекта в кристалле.

Приборы и оборудование: гелий-неоновый лазер, электрооптический кристалл, поляризатор-анализатор, фотоприемник, регулируемый источник постоянного напряжения, микроамперметр.

Теоретическое введение

Общие сведения по электрооптике

Существует много веществ, оптические свойства которых зависят как от направления распространения, так и от поляризации световых волн. К оптически анизотропным материалам относятся такие кристаллы, как кварц, ниобат лития, дигидрофосфат калия, а также жидкие кристаллы. Этим материалам свойственна существенная зависимость оптических свойств от внешнего электрического поля, приводящая к так называемым линейному и квадратичному электрооптическим (ЭО) эффектам.

Линейный ЭО эффект Поккельса – изменение показателя преломления света в кристалле, пропорциональное напряженности приложенного электрического поля. Как следствие этого изменения в кристаллах появляется двойное лучепреломление или меняется его величина. Эффект Поккельса наблюдается только у пьезоэлектриков. Он был открыт в 1894 году немецким физиком Ф. Поккельсом. Квадратичный ЭО эффект Керра – возникновение двойного лучепреломления в оптически изотропных веществах (например, жидкостях и газах), помещенных в электрическое поле. В результате двулучепреломления газ или жидкость приобретают свойства одноосного кристалла с оптической осью вдоль поля. Эффект был открыт шотландским физиком Дж. Керром в 1875 г. В данной лабораторной работе изучается линейный ЭО эффект.

Диэлектрические свойства анизотропной (кристаллической) среды можно описать тензором диэлектрической восприимчивости $\hat{\chi}$, связывающим вектор поляризации \vec{P} и напряженность электрического поля \vec{E} :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \hat{\chi} \vec{E}, \quad (1)$$

где $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Величины χ_{ij} зависят от выбора направлений координатных осей x, y, z относительно осей анизотропии (кристаллографических осей). Систему координат всегда можно направить таким образом, чтобы тензор $\hat{\chi}$ стал диагональным, т.е. $\chi_{ij} = 0$ при $i \neq j$. Эти направления называются главными диэлектрическими осями.

Вместо (1) диэлектрические свойства кристалла можно описывать посредством тензора диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}$, который вводится следующим образом:

$$\vec{D} = \hat{\varepsilon} \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (2)$$

где \vec{D} - вектор электрической индукции. С учетом (1) и соотношения

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (3)$$

получаем $\varepsilon_{ij} = 1 + \chi_{ij}$.

В дальнейшем будем считать, что среда является однородной, непоглощающей и магнитно-изотропной. Плотность энергии электрического поля, запасенной в анизотропной среде, равна

$$\omega_e = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D}. \quad (4)$$

Можно показать, что тензоры $\hat{\chi}$ и $\hat{\varepsilon}$ симметричны, то есть $\chi_{ij} = \chi_{ji}$ и поэтому имеют лишь шесть независимых элементов. Для среды без поглощения справедливо также $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$, т.е. тензор $\hat{\varepsilon}$ - эрмитов.

Поверхность постоянной энергии в пространстве векторов определяется уравнением (4) и имеет вид в главных осях:

$$\frac{D_x^2}{\varepsilon_{xx}} + \frac{D_y^2}{\varepsilon_{yy}} + \frac{D_z^2}{\varepsilon_{zz}} = 2\omega_e \varepsilon_0. \quad (5)$$

Заменяя величины $D_i / \sqrt{2\omega_e \varepsilon_0}$ на x , y , z и определяя главные показатели преломления $n_i = \sqrt{\varepsilon_{ii}}$, перепишем уравнение (5) в виде:

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1. \quad (6)$$

Это общее уравнение эллипсоида, главные оси которого параллельны направлениям x , y и z , а их длины равны соответственно $2n_i$ ($i = x, y, z$) (рис. 1).

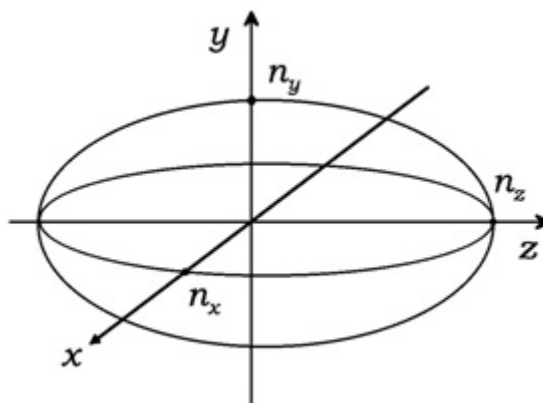


Рис. 1. Эллипсоид показателей преломления

Такой эллипсоид называют эллипсоидом показателя преломления (ЭПП) или оптической индикатриссой. ЭПП используется в основном для определения двух показателей преломления и двух соответствующих направлений вектора \vec{D} , отвечающих двум независимым плоским волнам, которые могут распространяться вдоль произвольного направления \vec{s} в кристалле.

Распространение оптического излучения в кристалле полностью определяется тензором диэлектрической непроницаемости (ТДН) $\hat{\eta} = \hat{\varepsilon}^{-1}$. Величины $1/n_x^2$, $1/n_y^2$, $1/n_z^2$ представляют собой главные значения тензора $\hat{\eta}$.

Согласно квантовой теории ТДН зависит от распределения зарядов в кристалле. Наложение электрического поля будет приводить к перераспределению связанных зарядов и к слабой деформации ионной решетки, что, в свою очередь, приведет к изменению ТДН. В этом и состоит суть ЭО эффекта. ЭО коэффициенты определяются следующим образом:

$$\eta_{ij}(\vec{E}) - \eta_{ij}(0) \equiv \Delta\eta_{ij} = r_{ijk}E_k + S_{ijkl}E_kE_l. \quad (7)$$

Коэффициенты r_{ijk} – называются линейными электрооптическими коэффициентами (константы Поккельса), а коэффициенты S_{ijkl} – квадратичными ЭО коэффициентами (константы Керра).

Таким образом, ЭПП кристалла при наличии внешнего электрического поля можно записать в виде:

$$\eta_{ij}(\vec{E})x_ix_j = 1. \quad (8)$$

При $\vec{E} = 0$ ЭПП принимает вид (6).

В соответствии с (7) квадратичные ЭО коэффициенты определяются следующим образом:

$$S_{ijkl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \eta_{ij}}{\partial E_k \partial E_l} \right) \quad (9)$$

Поскольку порядок дифференцирования несущественен, коэффициенты S_{ijkl} симметричны по перестановке индексов k и l . С учетом симметрии тензоров $\hat{\varepsilon}$, а следовательно и $\hat{\eta}$ (т.е. $\eta_{ij} = \eta_{ji}$), мы имеем для ЭО коэффициентов:

$$r_{ijk} = r_{jik}, \quad S_{ijkl} = S_{jikl}, \quad S_{ijkl} = S_{ilkj} \quad (10)$$

Вследствие этой перестановочной симметрии удобно ввести условные индексы для сокращения обозначений:

$$\begin{aligned} 1 &= (11), \quad 2 = (22), \quad 3 = (33) \\ 4 &= (23) = (32), \quad 5 = (13) = (31), \quad 6 = (12) = (21). \end{aligned} \quad (11)$$

Используя эти условные индексы, можно записать следующие равенства:

$$\begin{aligned} r_{1k} &= r_{11k}, \quad r_{2k} = r_{22k}, \quad r_{3k} = r_{33k}, \\ r_{4k} &= r_{23k} = r_{32k}, \quad r_{5k} = r_{13k} = r_{31k}, \\ r_{6k} &= r_{12k} = r_{21k}, \quad k = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (12)$$

Наличие перестановочной симметрии позволяет сократить число независимых элементов r_{ijk} с 27 до 18, а число элементов S_{ijkl} – с 81 до 36.

Линейный электрооптический эффект

Как уже отмечалось, ЭО эффект обусловлен перераспределением зарядов под действием внешнего электрического поля. ЭО эффект должен зависеть от отношения величин внешнего и внутриатомного электрических полей. В большинстве практических применений ЭО эффекта внешнее электрическое поле оказывается меньше внутриатомного поля, величина которого составляет 10^8 В/см. Поэтому следует ожидать, что квадратичный эффект будет существенно меньше линейного, и при наличии линейного эффекта им, как правило, пренебрегают. Однако в кристаллах с центросимметричной точечной группой линейный ЭО эффект исчезает и преобладающим становится квадратичный эффект.

Используя условные обозначения (12) уравнение для ЭПП при наличии внешнего электрического поля можно записать в виде:

$$\left(\frac{1}{n_x^2} + r_{1k} E_k\right) x^2 + \left(\frac{1}{n_y^2} + r_{2k} E_k\right) y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2} + r_{3k} E_k\right) z^2 + 2y_z r_{4k} E_k + 2z_x r_{5k} E_k + 2y_x r_{6k} E_k = 1 \quad (13)$$

где E_k – составляющие прямолинейного электрического поля (по повторяющимся индексам $k = 1, 2, 3$ предполагается суммирование). Главные оси ЭПП (13) не совпадают с невозмущенными осями ЭПП (6) в отсутствие внешнего поля. С помощью поворота координат всегда можно найти новую систему главных осей, в которых уравнение ЭПП принимает диагональный вид. Размеры и ориентации ЭПП (13) зависят от величины и направления приложенного поля и от 18 ЭО коэффициентов r_{lk} . Вид тензора r_{lk} может быть установлен из соображений симметрии, которые позволяют установить, какие из 18 коэффициентов r_{lk} равны нулю, и найти соотношения между остальными коэффициентами. В приложении представлены ЭО тензоры для некоторых нецентросимметричных кристаллических классов.

Рассмотрим конкретный пример ЭО эффекта в кристалле дигидрофосфата калия (KN_2PO_4), называемого также KDP. В этом кристалле оптическая ось z является инверсной осью симметрии 4-го порядка (т.е. поворот вокруг нее на угол $2\pi/4$ с инверсией не меняет структуры кристалла). Кроме того, имеются две взаимно ортогональные оси симметрии второго порядка x и y , расположенные в плоскости, перпендикулярной оси z . Этот кристалл относится к группе симметрии $\bar{4}2m$. Используя данные Приложения, запишем ЭО тензор кристалла KDP:

$$r_{ik} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где отличны от нуля только элементы r_{41} ; $r_{41} = r_{52}$ и r_{63} . Используя (13) и (14), запишем выражение для ЭПП:

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_o^2} + 2r_{41}E_x yz + 2r_{41}E_y xz + 2r_{63}E_z xy = 1, \quad (15)$$

где $n_x = n_y = n_o$, $n_z = n_e$, n_o и n_e – «обыкновенный» и «необыкновенный» показатели преломления.

Таким образом, приложение внешнего поля приводит к возникновению перекрестных членов в уравнении для ЭПП. Эти члены содержат xy , xz , yz . Отсюда следует, что главные оси эллипсоида при наличии поля уже не остаются параллельными осями кристалла x , y и z . Поэтому для определения влияния внешнего электрического поля на распространение излучения необходимо найти направления новых осей, а также соответствующие показатели преломления. Для конкретности направим поле \vec{E} вдоль оси z . Тогда уравнение (15) принимает вид:

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_o^2} + 2r_{63}E_z xy = 1. \quad (16)$$

Теперь задача состоит в нахождении новой системы координат (x', y', z') , в которой уравнение (16) не содержит перекрестных членов, т.е. имеет вид:

$$\frac{x'^2}{n_{x'}^2} + \frac{y'^2}{n_{y'}^2} + \frac{z'^2}{n_{z'}^2} = 1. \quad (17)$$

При этом x', y', z' представляют собой направления главных осей ЭПП во внешнем электрическом поле, приложенном параллельно оси z . Искомое преобразование координат дается соотношениями:

$$x = x' \cos \frac{\pi}{4} - y' \sin \frac{\pi}{4}, \quad y = x' \sin \frac{\pi}{4} + y' \cos \frac{\pi}{4}, \quad z = z', \quad (18)$$

которые при подстановке в уравнение (16) дают:

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{63}E_z \right) x'^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} - r_{63}E_z \right) y'^2 + \frac{z'^2}{n_o^2} = 1. \quad (19)$$

Видно, что $1/n_{x',y'}^2 = 1/n_o^2 \pm r_{63}E_z$, откуда $n_{x',y'} \approx n_o \mp \frac{1}{2}n_o^3 r_{63}E_z$, $n_{z'} = n_e$, где учтена малость величины $r_{63}E_z$ по сравнению с n_o^{-2} , т.е. $n_o^2 r_{63}E_z \ll 1$.

Рассмотрим теперь случай, когда поле \vec{E} направлено вдоль оси x . Уравнение (15) принимает вид:

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_o^2} + 2r_{41}E_x yz = 1, \quad (20)$$

откуда видно, что новая главная ось x' совпадает с осью x , поскольку перекрестный член не содержит координаты x . Используя преобразование

$$\begin{aligned} x &= x' \\ y &= y' \cos \theta - z' \sin \theta \\ z &= z' \cos \theta + y' \sin \theta \end{aligned} \quad (21)$$

и подставляя (21) в (20), получаем:

$$\frac{x'^2}{n_o^2} + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{41}E_x \operatorname{tg} \theta \right) x'^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} - r_{41}E_x \operatorname{tg} \theta \right) y'^2 = 1, \quad (22)$$

где θ вводится соотношением:

$$\operatorname{tg}(2\theta) = 2r_{41}E_x \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right)^{-1}. \quad (23)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае E_x главные оси нового ЭПП оказываются повернутыми на угол θ вокруг оси x . Этот угол очень мал даже для достаточно сильных полей. Так, для кристалла KDP при $E_x = 10^6$ В/м этот угол составляет только $0,04^\circ$. Из (23) следует, что этот угол существен лишь для веществ, у которых $n_o \approx n_e$. В частности, при $n_o = n_e$ имеем $\theta = 45^\circ$. В соответствии с (22) новые главные показатели преломления можно записать в виде:

$$n_{x'} = n_o, \quad n_{y'} \approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_x \operatorname{tg} \theta, \quad n_{z'} \approx n_o - \frac{1}{2} n_e^3 r_{41} E_x \operatorname{tg} \theta. \quad (24)$$

Электрооптическая разность хода лучей

Часть ЭПП кристалла KDP при наличии электрического поля \vec{E} , ориентированного вдоль оси z , представлена на рис. 2. Рассмотрим распространение световой волны вдоль оси z . Из уравнения (19) можно получить уравнение эллипса, образованного пересечением ЭПП и плоскости $z = 0$:

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{63}E_z \right) x'^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} - r_{63}E_z \right) y'^2 = 1. \quad (25)$$

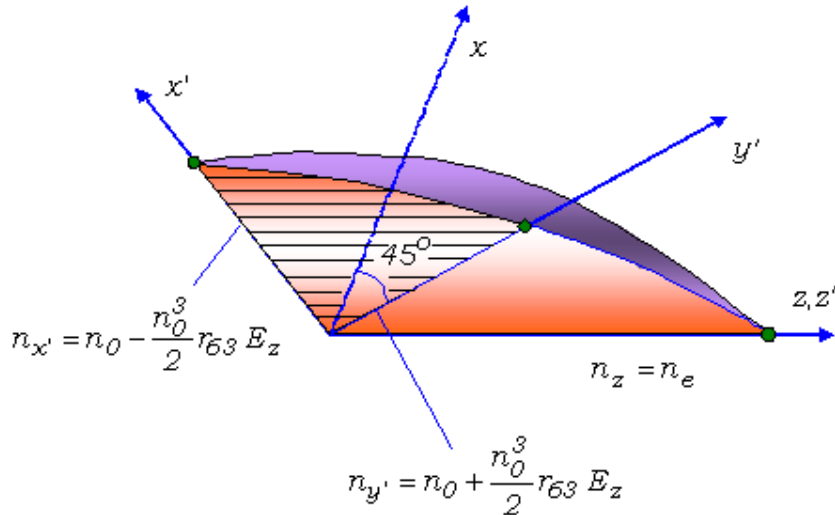


Рис. 2. Часть эллипсоида показателей преломления кристалла KDP при наличии поля, ориентированного вдоль оси z (x' , y' и z – главные диэлектрические оси)

Малая и большая полуоси эллипсоида совпадают соответственно с x' и y' , повернутыми относительно осей x и y на 45° согласно (18).

Из (19) следует, что при распространении волны вдоль оси z возможны два независимых ортогональных направления поляризации – вдоль x' и y' . Соответствующие им показатели преломления определяются выражениями:

$$n_{x'} \approx n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_z, \quad n_{y'} \approx n_0 + \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_z. \quad (26)$$

Рассмотрим волну, падающую перпендикулярно на входную поверхность кристалла ($z = 0$). Пусть электрический вектор падающей световой волны \vec{E} направлен вдоль оси x . В кристалле волна будет представлена двумя взаимно ортогональными компонентами $E_{x'}$ и $E_{y'}$ собственных волн, определяемых соотношениями:

$$E_{x'} = \exp[i(\omega t - k_0 n_{x'} z)], \quad E_{y'} = \exp[i(\omega t - k_0 n_{y'} z)]. \quad (27)$$

Разность фаз между собственными волнами на выходе кристалла (плоскость $z = l$) называется фазовой задержкой (или разностью хода лучей). Она равна разности фаз (показателей экспонент) в соотношениях (27), а именно:

$$\Gamma = \varphi_{x'} - \varphi_{y'} = k_0 n^3 r_{63} V, \quad (28)$$

где $k_0 = \omega / c = 2\pi / \lambda_0$ – волновое число, а λ_0 – длина световой волны в вакууме, $V = E_z l$ – напряжение, подаваемое на кристалл.

На рис.3 изображены компоненты $E_{x'}(z)$ и $E_{y'}(z)$ в некоторый момент времени (рис. 3 а, б), траектории конца вектора \vec{E} в различных точках пути световой волны (рис. 3 в).

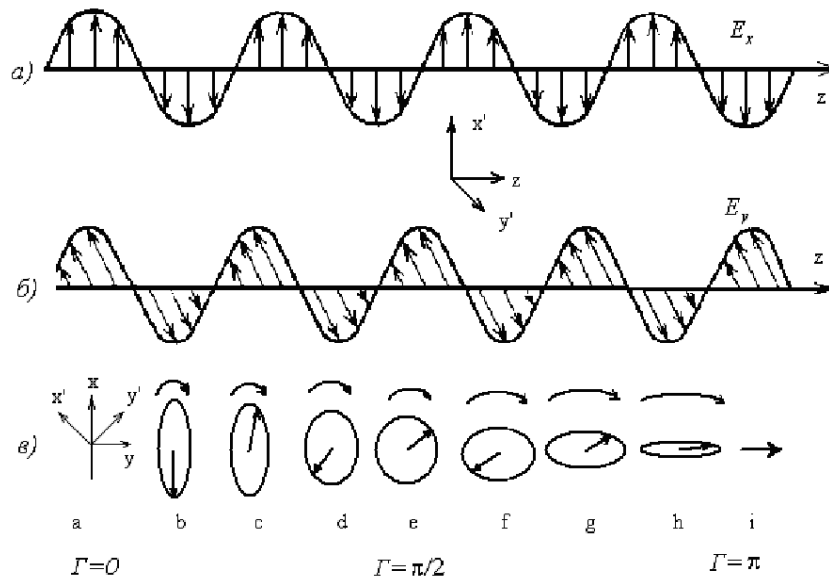


Рис. 3. Распространение волны в кристалле KDP в продольном направлении z . Оси x' и y' при наложении внешнего поля вдоль оси z являются главными диэлектрическими осями:

- а) распределение компоненты $E_{x'}$ вдоль оси z в некоторый момент времени;
- б) распределение компоненты $E_{y'}$ в тот же момент;
- в) эллипсы поляризации электрического поля волны в плоскости (x', y') в разных точках (от а до и) вдоль кристалла.

В плоскости $z = 0$ разность фаз $\Gamma = 0$ и электрическое поле световой волны линейно поляризовано вдоль оси x . В плоскости, где разность фаз составляет $\Gamma = \pi / 2$, можно (опуская общую составляющую фаз) записать:

$$E_{x'} = A \cos \omega t, \quad E_{y'} = A \cos \omega t.$$

Отсюда следует, что поле \vec{E} циркулярно поляризовано по часовой стрелке. В плоскости, где разность фаз $\Gamma = \pi$, т.е.

$$E_{x'} = A \cos \omega t, \quad E_{y'} = -A \cos \omega t,$$

излучение вновь линейно поляризовано, но уже вдоль оси y , т.е. перпендикулярно исходному направлению поляризации.

Фазовую задержку, выражаемую формулой (28), можно также представить в виде:

$$\Gamma = \frac{\pi E_z l}{V_\pi} = \frac{\pi V}{V_\pi}, \quad (29)$$

где

$$V_\pi = \lambda / 2n_{o63}^3 \quad (30)$$

– полуволновое напряжение, которое приводит к разности фаз π на длине кристалла l . Используя значения $r_{63} = 10,6 \cdot 10^{-12}$ м/В, $n_o = 1,5$ при $\lambda_o = 0,55$ мкм, получаем $V_\pi \approx 10^4$ В.

Таким образом, в результате наведенного электрическим полем двулучепреломления волна, поляризованная в плоскости $z = 0$ вдоль оси x , по мере прохождения через кристалл меняет свою поляризацию: компонента E_x уменьшается, а E_y растет вплоть до плоскости z , в которой $\Gamma = \pi$ и волна поляризована вдоль оси y . Если эта плоскость является выходной и на выходе из кристалла помещен поляризатор, ось пропускания которого ортогональна направлению поляризации световой волны на входе, то при наличии электрического поля E_z излучение проходит через систему кристалл – поляризатор без ослабления (в отсутствие потерь на поглощение). Без поля $\Gamma = 0$ и выходное излучение имеет поляризацию падающего, поэтому не проходит через поляризатор. Такой способ управления потоком световой энергии лежит в основе амплитудной ЭО модуляции.

Амплитудная ЭО модуляция

Рассмотрим, как в данной схеме работает кристалл KDP. Так как естественное двулучепреломление также дает вклад (фиксированный) в запаздывание, то результирующая разность фаз Γ складывается из двух частей: вызванной естественным двулучепреломлением и наведенной электрическим полем. Падающее на кристалл излучение линейно поляризовано по x . Следовательно, компоненты $E_{x'}$ и $E_{y'}$ имеют разные фазы и могут быть записаны в виде $E_{x'} = A \cos \omega t$, $E_{y'} = A \cos \omega t$, а их комплексные амплитуды – $E_{x'}(0) = A$, $E_{y'}(0) = A(0)$. Таким образом, интенсивность падающего излучения

$$I_i \sim EE^* = |E_{x'}(0)|^2 + |E_{y'}(0)|^2 = 2A^2. \quad (31)$$

На выходе из кристалла ($z = l$) сдвиг по фазе между компонентами $E_{x'}$ и $E_{y'}$ равен Γ , т.е.

$$E_{x'}(l) = A, \quad E_{y'}(l) = Ae^{-i\Gamma}. \quad (32)$$

После прохождения выходного поляризатора комплексная амплитуда представляет собой сумму y -компонент величин $E_{x'}$ и $E_{y'}$:

$$(E_y)_{\text{вых}} = A(e^{-i\Gamma} - 1) / \sqrt{2}. \quad (33)$$

При этом интенсивность излучения на выходе

$$I_0 \sim [(E_y)(E_y^*)]_{\text{вых}} = \frac{A^2}{2} [(e^{-i\Gamma} - 1)(e^{i\Gamma} - 1)] = 2A^2 \sin^2 \frac{\Gamma}{2}, \quad (34)$$

и коэффициент пропорциональности тот же, что и в (31). Отношение интенсивностей на выходе и входе модулятора с помощью (29) можно записать как

$$\frac{I_{\text{вых}}}{I_{\text{вх}}} = \sin^2 \frac{\Gamma}{2} = \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{V}{V_{\pi}} \right). \quad (35)$$

Поперечная схема ЭО электрооптической модуляции

В рассмотренных электрооптических модуляторах электрическое поле прикладывалось вдоль направления распространения света. Это так называемая продольная схема модуляции. Более предпочтительной является поперечная схема, в которой поле прикладывается перпендикулярно направлению распространения света, а разность фаз, которая в данном случае пропорциональна произведению напряжения, приложенного к кристаллу, на его длину, может быть увеличена за счет использования более длинных кристаллов. В продольной схеме разность фаз согласно (28) пропорциональна напряжению $V = E_z l$ и не зависит от длины кристалла. Рис.2 помогает разобраться в том, как достигается разность фаз в схеме на кристалле KDP с поперечным полем, изображенной на рис. 4.

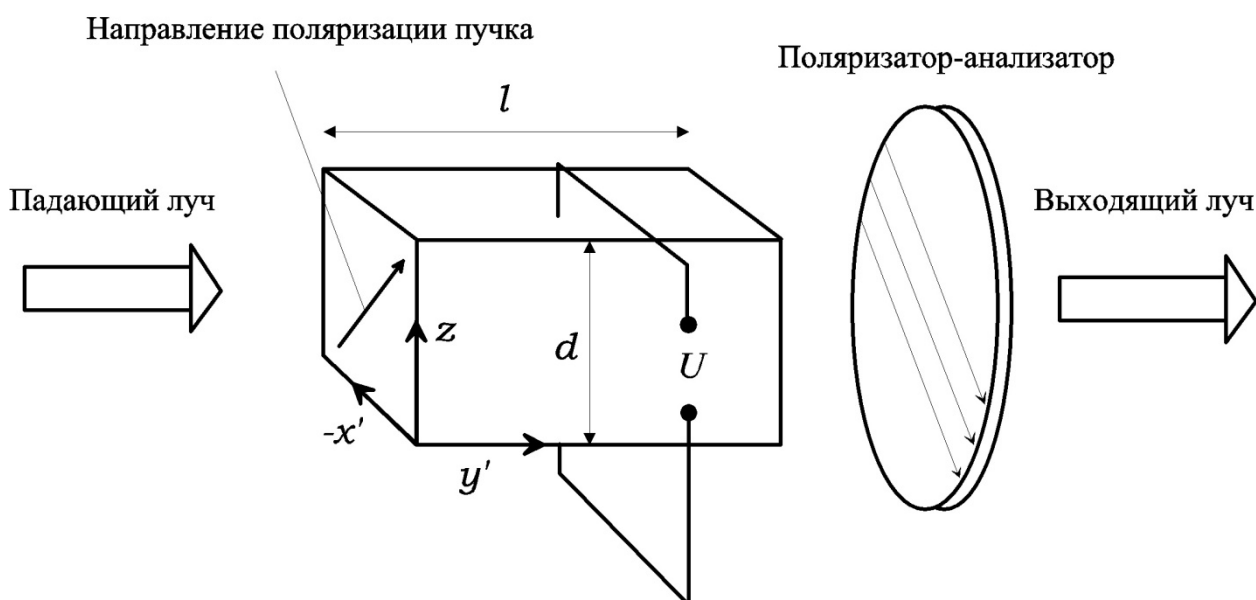


Рис. 4. Поперечный ЭО модулятор на основе кристалла KDP. Электрическое поле приложено перпендикулярно направлению распространения волны

В этом случае свет распространяется вдоль y' , вектор электрического поля волны ориентирован в плоскости $x' - z$ под углом 45° к оси z . Из выражений для $n_{x'}$ и $n_{z'}$ (см. (19) и далее) получается следующее выражение для разности фаз при наличии внешнего электрического поля, приложенного вдоль оси z (поперечная схема ЭО модуляции):

$$\Gamma = \varphi_z - \varphi_{z'} = \frac{\omega l}{c} \left[(n_0 - n_e) - \frac{n_0^2}{2} r_{63} \frac{V}{d} \right], \quad (36)$$

где d – размер кристалла в направлении приложенного поля. Заметим, что Γ содержит член, не зависящий от значения приложенного напряжения. Полуволновое напряжение принимает вид

$$V_{\pi} = \frac{\lambda}{n_o^3 r_{63}} \frac{d}{l}. \quad (37)$$

Отметим, что ЭО эффекту в кристаллах всех классов всегда сопутствует пьезоэффект, который, в свою очередь, вызывает дополнительные изменения анизотропных свойств за счет эффекта фотоупругости. Это приводит к тому, что в постоянном или медленно меняющемся электрическом поле реальные величины полуволнового напряжения на 10-30% ниже расчетных.

Оптические системы для исследования ЭО эффекта

При исследовании ЭО эффекта имеют дело с плоскопараллельными пластинами или параллелепипедами, вырезанными из кристалла. Сечение ЭПП, параллельное плоскости пластины, представляет собой в общем случае эллипс, полуоси которого равны показателям преломления двух лучей, идущих в кристалле с разными скоростями и имеющих направления колебания светового вектора, совпадающие с этими осями. Под действием электрического поля это сечение ЭПП изменяется, т.е. эллипс в общем случае может повернуться и изменить свои полуоси – показатели преломления. В частных случаях это изменение может быть трех типов: поворот эллипса, деформация эллипса и, наконец, в случае кругового сечения ЭПП круг может превратиться в круг другого радиуса или вытянуться в эллипс: в определенном направлении (в частности, под углом $\pm 45^\circ$ к кристаллографическим осям), или же остаться неизменным (если эффект отсутствует). В зависимости от характера изменения ЭПП под действием поля для исследования ЭО эффекта и его применений используются в основном следующие четыре типа оптических систем.

1. Кристалл помещается между скрещенными плоскими поляризаторами, через такую систему пропускается параллельный или сходящийся пучок монохроматических лучей, регистрируемый фотоприемником.

2. Кристалл помещается между левым и правым циркулярными поляризаторами, состоящими из поляроидов и четвертьволновых пластинок, оси которых составляют $\pm 45^\circ$ с плоскостями поляризации скрещенных поляроидов.

3. В первую систему перед анализатором вставляется лишь одна пластинка $\lambda / 4$, ориентированная под углом $\pm 45^\circ$, как и во второй системе.

4. В первую систему добавляется компенсатор двулучепреломления того или иного типа, который помещается за поляризатором или перед анализатором. Эта система используется в основном для измерительных целей, а первые три системы – для модуляции света.

Приложение однородного поля к кристаллу требует использования различного типа электродов. Непрозрачные электроды применяются в тех случаях, когда свет должен проходить поперек поля (поперечный ЭО эффект). Прозрачные электроды применяются в случаях,

когда свет распространяется вдоль поля (продольный ЭО эффект). Прозрачные электроды наносятся обычно непосредственно на поверхность кристалла.

Области применения ЭО эффекта

Интерес к использованию эффектов Поккельса и Керра существенно возрос с появлением лазеров. Малая инерционность эффекта Поккельса позволяет осуществлять модуляцию добротности лазеров, с помощью которой получают гигантские по мощности световые импульсы малой длительности. Эффект Поккельса применяется также в системах углового отклонения оптического пучка и в устройствах создания двумерного оптического изображения. На основе ЭО эффекта Керра созданы ячейки Керра, используемые в качестве модуляторов (скорость срабатывания – $10^{-9} \div 10^{-13}$ с), и оптические затворы.

Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки приведена на рис.5. Установка состоит из гелий-неонового лазера с поляризованным излучением, которое проходит через электрооптический кристалл KDP с поперечно расположенными электродами, затем через поляризатор и попадает на фотоприемник, сигнал с которого измеряется микроамперметром. Напряжение (210 В – 2,7 кВ) на электрооптический кристалл подается от источника питания, работающего в режиме стабилизации напряжения. Имеется возможность поворачивать поляризатор в оправе вокруг своей оси. Все оптические элементы закреплены на оптической скамье при помощи рейтеров и стоек.

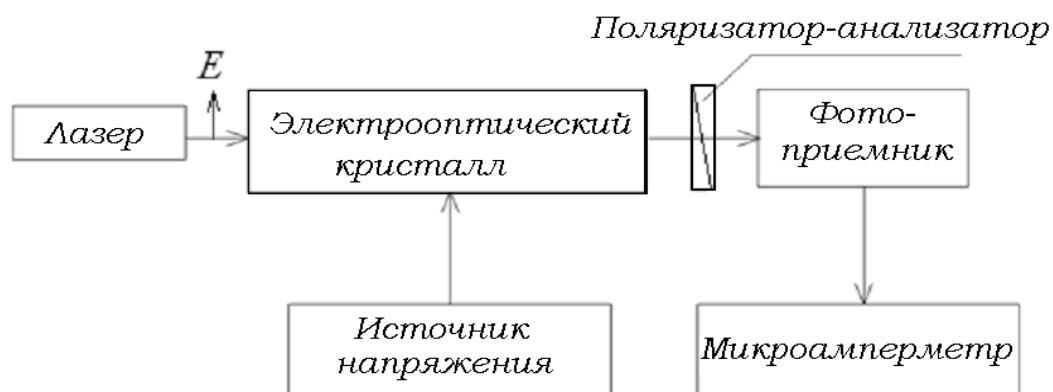


Рис. 5. Функциональная схема установки.

Порядок выполнения работы

1. Включить лазер.
2. Проверить юстировку оптических элементов. Луч лазера должен быть ориентирован по нормали к входной поверхности оптических элементов, а частично отраженный от кристалла и поляризатора луч должен возвращаться в выходное отверстие излучателя.

3. Поворачивая поляризатор, добиться минимального значения силы тока, снимаемого с фотоприемника, то есть скрещенного на 90^0 положения поляризаторов.
4. Включить источник питания, обеспечивающий напряжение на электродах электрооптического кристалла, и переключить тумблер «напряжение–ток» в положение «напряжение». Для получения истинных значений показания цифрового табло прибора необходимо умножать на 10.
5. Ручкой «напр – грубо» плавно увеличивая напряжение источника питания с 210 В до 2,7 кВ, а затем уменьшая с 2,7 кВ до 210 В с шагом 100 В, снимите зависимость сигнала с фотоприемника от напряжения на электродах кристалла. Прodelайте не менее трех серий измерений.
6. По окончании работы приборы выключить.

Обработка результатов

1. Постройте зависимости $I_{\text{вых}}(V)$ интенсивности сигнала на выходе от напряжения на электродах кристалла и усредните по результатам трех серий. Рассчитайте погрешности (систематическую и случайную).
2. Определите полуволновое напряжение V_{π} для кристалла KDP, учитывая соотношение (35) и (37). Размеры кристалла $l = 20$ мм, $d = 6$ мм.
3. Определите величины ЭО тензора (с погрешностью) и сделайте выводы по работе.
4. Контрольные вопросы и упражнения
5. Дайте определение эффектов Поккельса и Керра.
6. Каковы области применения ЭО эффекта?
7. Как сказывается на работе модулятора наличие не зависящей от поля составляющей разности фаз в (36)?
8. В чем разница между продольной и поперечной схемами ЭО модуляции?
9. Что такое тензор диэлектрической непроницаемости?
10. Перечислите оптических систем для исследования ЭО эффекта и объясните принцип их работы.
11. Почему линейный ЭО эффект невозможен в кристаллах с центром инверсии?
12. Получите соотношение (33).
13. В чем особенности амплитудной ЭО модуляции?

Список литературы

1. Ярив А. Квантовая электроника. Гл. 5, 14. М.: Сов. Радио, 1980.
2. Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. Методы модуляции и сканирования света. М.: Наука, 1970.
3. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М.: Мир, 1967.

Приложение

Тетрагональная система: $\bar{4}2m(2 \parallel x_1)$:

Пример: KH_2PO_4 (KDP)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix}$$

Тригональная система: 32.

Пример: кварц

$$\begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 \\ -r_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & -r_{11} & 0 \end{bmatrix}$$

$3m(m \perp x_2)$ (обычная ориентация).

Пример: LiNbO_3

$$\begin{bmatrix} r_{11} & 0 & r_{13} \\ -r_{11} & 0 & r_{23} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{42} & 0 & 0 \\ 0 & -r_{11} & 0 \end{bmatrix}$$

Характеристики электрооптических кристаллов

Материал	ЭО коэффициент, 10^{-12} м/В.	Показатель преломления ($\lambda = 550$ нм)	$n_0^3 r$ 10^{-12} м/В	Точечная группа симметрии
KDP	$r_{11} = 8,6$ $r_{63} = 10,6$	$n_o = 1,51$ $n_e = 1,47$	29 34	$\bar{4}2m$
Кварц	$r_{41} = 0,2$ $r_{63} = 0,93$	$n_o = 1,54$ $n_e = 1,55$	0,7 4,3	32
LiNbO_3	$r_{11} = 3,4$ $r_{42} = 28$	$n_e = 2,2$	$n_o^3 r_{22} = 37$	3m

Лабораторная работа №7. Энергетические характеристики излучения газоразрядного лазера

Цель работы: Ознакомиться со способом создания инверсии населенностей в смеси нейтральных газов, принципом действия и конструкцией газоразрядного лазера, или оптического квантового генератора (ОКГ) на смеси гелия и неона, физическими факторами, влияющими на электрические характеристики его излучения.

Приборы и оборудование: гелий-неоновый ОКГ, измеритель мощности ИМО-3, источник накачки (блок питания ОКГ), регулируемый источник питания.

Теоретическое введение

Создание инверсии в смеси нейтральных газов

Для достижения инверсии населенностей в газе обычно применяют электрическую накачку. Она осуществляется путем пропускания тока через газ. Образующиеся при этом ионы и свободные электроны ускоряются электрическим полем, приобретая дополнительную энергию, достаточную для возбуждения нейтральных атомов.

Если газ состоял только из одного сорта атомов, их возбуждение осуществляется в результате электронных столкновений первого рода. Здесь возможны как процессы прямого электронного возбуждения



так и каскадного (ступенчатого) возбуждения



где \bar{e} – электрон с кинетической энергией, превосходящей энергию возбуждения атома, а звездочка – возбужденное состояние атома A .

В смеси газов переход атома A в возбужденное состояние может происходить также из-за столкновения с возбужденным атомом B вспомогательного (буферного) газа:



Этот процесс наиболее эффективен при резонансной передаче энергии, когда

$$\varepsilon_{B^*} - \varepsilon_{A^*} \ll 0,1 \varepsilon B. \quad (4)$$

Вероятность передачи энергии в результате столкновения зависит также от условия сохранения суммарного спина атомов B и A (правило Вигнера), размеров взаимодействующих атомов, их относительных скоростей, определяющихся температурой газа и массой атомов.

Препятствием для получения инверсии населенностей атомов A являются неупругие столкновения второго рода, после которых суммарная кинетическая энергия частиц возрастает за счет их внутренней, а также происходит обратная передача возбуждения к атомам B вспомогательного газа.

Чтобы получить максимальную разницу населенностей верхнего и нижнего рабочих уровней атомов A , необходимо выбрать газ с возможно

большим спонтанным временем жизни на верхнем рабочем уровне и высокой скоростью разгрузки нижнего рабочего уровня. Последнее требование удовлетворяется либо при малой вероятности возбуждения нижнего рабочего уровня, либо при малости спонтанного времени жизни на нем, либо благодаря передаче энергии атомов на нижнем рабочем уровне стенкам разрядной трубки или другим атомам или молекулам. Кроме того, необходимо так выбрать вспомогательный газ B , чтобы с возбужденного уровня его атомов (молекул) излучательные переходы на более низкие уровни были запрещены, т.е. чтобы ε_B был метастабильным уровнем.

Для обеспечения преимущественной передачи энергии от возбужденных атомов буферного газа B атомам рабочего газа A концентрация атомов B должна быть гораздо больше, чем атомов A .

Широко распространенным способом излучения возбужденных атомов, являющихся источником вынужденного излучения, служит тлеющий разряд, вызываемый высокочастотным полем или постоянным током. В стационарном однородном и неслоистом положительном столбе тлеющего разряда напряженность продольного электрического поля такова, что число возникающих ионов и свободных электронов равно числу заряженных частиц, уходящих из разряда вследствие диффузии к стенкам газоразрядной трубки. Когда объемная ионизация и электронные столкновения с атомами в метастабильном состоянии незначительны, средняя электронная температура обусловлена в основном величиной произведения общего давления газа P на внутренний диаметр трубки D . С ростом значения PD электронная температура падает. Поэтому, если при заданной концентрации электронов (пропорциональной плотности разрядного тока) обеспечить постоянство величины PD , то условия газового разряда неизменны. Для подавляющего большинства газов и газовых смесей значения PD , являющиеся оптимальными для получения инверсии, определены и приведены в справочной литературе.

Излучательные процессы в He-Ne смеси

В первом газовом ОКГ (который был и первым ОКГ непрерывного действия), созданном в 1960 году, использовалась смесь гелия и неона. Диаграмма энергетических уровней этих газов показана на рис.1.

Для описания структуры уровней атомов используют различные схемы обозначений, в том числе схема приближения спин-орбитальной LS связи и схема Пашена.

Для уровней атомов гелия применена схема обозначений, соответствующая LS (рессель-саундеровской) связи. Согласно ей состояние атома описывается суммарным орбитальным моментом L и суммарным спиновым моментом S , причем спектральные термы в зависимости от величины орбитального момента L обозначаются S, P, D, F, \dots при $L = 0, 1, 2, 3$ и т.д. (не следует путать обозначение термина S со спиновым моментом S). Сверху слева от этих символов указывается мультиплетность термина $2S$

+1, внизу справа – полный момент атома $J = L + S$, а перед символом термина ставится значение главного квантового числа n возбужденного электрона. Например, 2^3S_1 обозначает терм, для которого $J=1$, $S=1$, $L=0$, $n=2$.

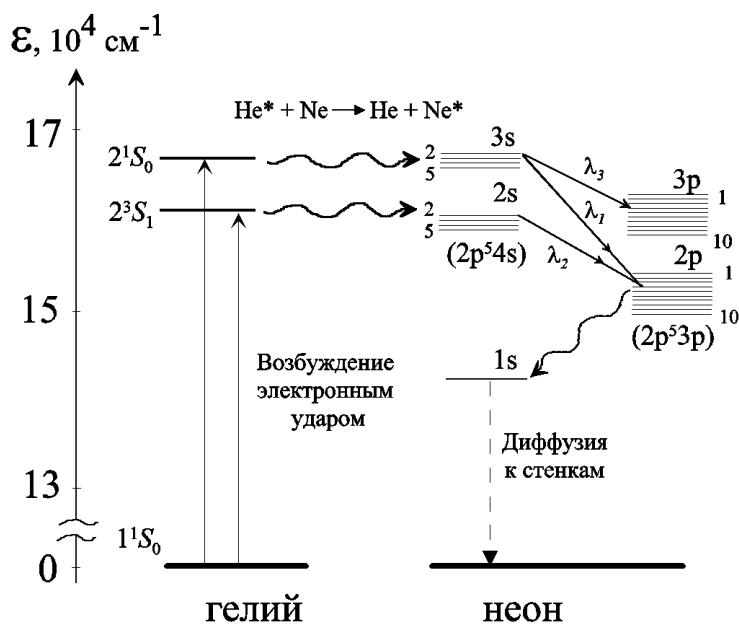


Рис. 1. Диаграмма энергетических уровней в He (атом B) и Ne (атом A)

Для уровней атома неона на рис.1 использованы обозначения Пашена. Первое возбужденное состояние, соответствующее электронной конфигурации $np^5(n+1)s$, согласно Пашену, обозначается $1s$, а четыре его подуровня нумеруются в порядке убывания энергии от 2 до 5. Последующие возбужденные состояния обозначаются $2s$ и $3s$. Состояние с конфигурацией $np^5(n+1)p$ обозначается по Пашену $2p$, а десять его подуровней нумеруются от 1 до 10.

Рабочим газом является неон, вспомогательным (буферным) – гелий. Атомы гелия возбуждаются электронами в ряд состояний и в процессе релаксации накапливаются на метастабильных уровнях 2^1S_0 и 2^3S_1 со спонтанными временами жизни $\sim 10^{-3}$ с.

Так как спонтанное время жизни атомов неона в s -состояниях выше, чем в p -состояниях (например, переход из совокупности состояний $2p$ в состояние $1s$ совершается за 0,01 мкс, а из состояния $2s$ в $2p$ – за 0,1 мкс), и возможна разгрузка метастабильного уровня $1s$ из-за столкновений атомов неона со стенками газоразрядной трубки, выполнимы условия создания инверсии населенностей уровней $3p_4$, $3s_2$ и $2p_4$, $2s_2$ и $2p_4$.

С уровня $3s$ разрешены переходы на уровни $3p$ и $2p$, с уровня $2s$ – на $2p$. Генерации реализуются на многих переходах, среди которых наиболее важные указаны на рис. 1

1. $3s_2 \rightarrow 2p_4$ $\lambda_1 = 0,63 \text{ мкм}$
2. $2s_2 \rightarrow 2p_4$ $\lambda_2 = 1,15 \text{ мкм}$
3. $3s_2 \rightarrow 3p_4$ $\lambda_3 = 3,39 \text{ мкм}$

Спонтанное излучение перехода $2p-1s$ лежит в оранжево-лиловой части спектра и придает свечению положительного столба разряда характерный цвет неоновых реклам. Инверсия населенностей перечисленных выше уровней возникает приблизительно при одних и тех же условиях тлеющего разряда.

Поскольку имеют место общие (нижние либо верхние) рабочие уровни, появляется конкуренция излучательных переходов: чем большее число атомов, находящихся, например, на верхнем уровне $3s_2$, дает вклад в инфракрасное излучение с длиной волны $3,39 \text{ мкм}$, тем меньшее (из числа остальных атомов) – видимое излучение с длиной волны $0,63 \text{ мкм}$, и наоборот. Поскольку спектральный показатель квантового усиления $\alpha(\nu)$ пропорционален инверсии населенностей рабочих уровней, наличие вынужденного излучения с длиной волны $3,39 \text{ мкм}$ снижает величину $\alpha(\nu)$ на длине волны излучения $0,63 \text{ мкм}$ и может препятствовать самовозбуждению последнего. Наоборот, если вынужденного инфракрасного излучения нет, все атомы в актах вынужденного испускания дают вклад в излучение с длиной волны $0,63 \text{ мкм}$, и показатель $\alpha(\nu)$ на этой длине волны максимален.

Поскольку уровни гелия 2^1S_0 и 2^3S_1 имеют энергию, равную либо на величину порядка $k_B T$ большую, чем энергия атомов неона в состояниях $2s_2$ и $3s_2$ соответственно, резонансная передача широкополосного электронного возбуждения от атомов гелия к состояниям $2s$ и $3s$ неона происходит достаточно эффективно. Разность энергий уровней переходит в кинетическую энергию атомов после столкновения. Эффективное сечение процесса передачи энергии σ с метастабильных уровней гелия атомам неона в основном состоянии зависит от температуры T по закону

$$\sigma = \sigma_a \exp(-E_a/k_B T), \quad (5)$$

где k_B – постоянная Больцмана, σ_a , E_a – константы, зависящие от выбора уровней, между которыми происходит передача энергии. Условие сохранения суммарного спина атомов выполняется при передаче энергии на состояния неона $3s_2, 2s_3, 2s_4, 2s_5$.

ОКГ на смеси гелия и неона

Газоразрядный ОКГ включает в себя газоразрядную трубку 1, содержащую катод 2, анод 3, наружный электрод для поджига разряда 4, оптический резонатор, образованный зеркалами 5 и 6 (рис. 2), источник тока для возбуждения тлеющего разряда в смеси гелия и неона, которой наполнена трубка. После прогрева катода (если это требуется) и подачи на

анод постоянного напряжения кратковременным нажатием пусковой кнопки трансформатора создается высоковольтный импульс, необходимый для поджига разряда. Иногда устройство для поджига разряда не используется и разряд зажигается при подаче постоянного напряжения на разрядную трубку.

С увеличением тока разряда, т.е. плотности электронов, прямое электронное возбуждение в единицу времени становится более вероятно в той же пропорции, и населенность $2s$ и $3s$ – уровней неона возрастает, что повышает мощность генерации ОКГ.

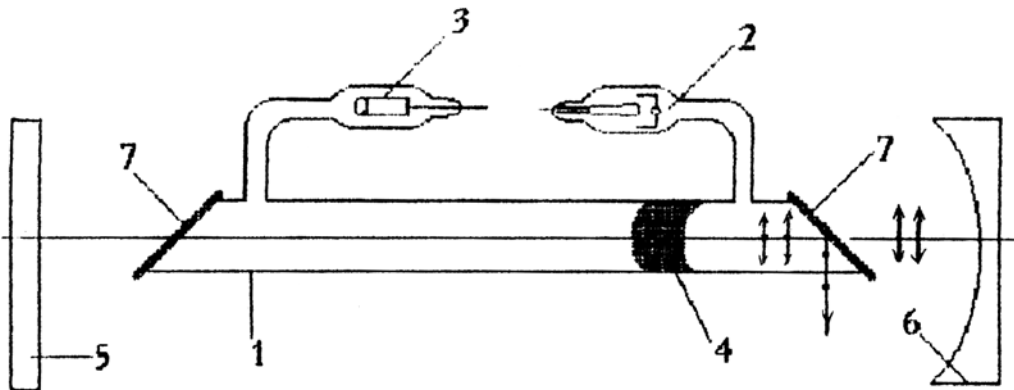


Рис. 2. Схематическое изображение оптической части

Дальнейший рост тока приводит к преобладанию процесса ступенчатого электронного возбуждения нижних рабочих уровней $2p$ и $3p$ неона за счет переходов с метастабильных уровней $1s$, скорость которого пропорциональна квадрату концентрации электронов, поэтому мощность ОКГ падает. Таким образом, существует оптимальное значение разрядного тока i_{opt} , которое зависит от внутреннего диаметра газоразрядной трубки. Когда генерация на длине волны $3,39$ мкм не подавлена, эта зависимость имеет вид:

$$i_{opt} [mA] = 3,5 + 1,5D^2 [мм], \quad (6)$$

когда подавлена –

$$i_{opt} [mA] = 2D(D - 1) [мм]. \quad (7)$$

В последнем случае максимум выходной мощности излучения с длиной волны $0,63$ мкм имеет место при оптимальном значении произведения PD , равном $3,6$ мм рт. ст. \cdot мм ($0,48$ Па \cdot м).

Увеличение парциального давления гелия способствует повышению мощности генерации, поскольку становится более эффективным процесс передачи возбуждения к неону. Но это увеличение приводит к повышению общего давления газовой смеси, вследствие чего длина свободного пробега электронов уменьшается, поэтому доля электронов, создающих инверсию

населенности атомов, падает. Таким образом, существует оптимум в соотношении парциальных давлений $P_{Ne} / P_{He} = 1/5 - 1/15$.

Населенность верхнего возбужденного уровня гелия 2^1S_0 пропорциональна давлению смеси P и, следовательно, при постоянном значении PD обратно пропорциональна диаметру трубки. От населенности этого уровня непосредственно зависит населенность уровня неона $3s_2$, а от нее, в свою очередь, – показатель усиления α . Когда генерация излучения с $\lambda = 3,39$ мкм подавлена, $P_{Ne} / P_{He} = 1/5$ и $i = i_{opt}$, максимальный коэффициент усиления приближенно оценивается по формуле:

$$\left(e^{-\alpha l} - 1 \right)_{\max} = 3 \cdot 10^{-4} / D, \quad (8)$$

где диаметр D и длина l трубки измеряются в см. Уменьшение диаметра трубки облегчает диффузию неона к ее стенкам, следовательно, разгрузку метастабильного уровня $1s$ неона, что способствует повышению инверсии населенностей. Но уменьшение PD требует для сохранения оптимального значения PD повышения общего давления, а это, как уже говорилось, снижает число электронов, участвующих в создании инверсии населенности. Поэтому существует оптимальный диаметр трубки. Согласно (8) он линейно зависит от ее длины. Для $l = 1$ м оптимальный диаметр составляет $6 \div 8$ мм.

Поскольку температура газовой смеси в положительном столбе разряда He - Ne влияет на эффекты столкновений и диффузию атомов и заряженных частиц, то зависимость мощности излучения ОКГ от температуры стенок газоразрядной трубки имеет максимум.

Так как в атоме неона верхний рабочий уровень $3s_2$ отличается по энергии от уровня ионизации на малую величину (приблизительно на 1 эВ), населенность уровня ионизации неона заметно меняется при изменении населенности уровня $3s_2$. Если, например, интенсивность излучения в оптическом резонаторе понижается, то число вынужденных излучательных переходов в единицу времени также понижается и населенность уровня $3s_2$ (при неизменной накачке) повышается, что увеличивает концентрацию ионов неона в плазме, т.е. разрядный ток. Поэтому минимуму мощности ОКГ соответствует максимум разрядного тока и наоборот. Разумеется, этот эффект не следует путать с экстремальной зависимостью мощности генерации от разрядного тока.

Конструкция разрядной трубки, показанной на рис.2, имеет особенности. Торцы трубки замыкаются плоскопараллельными стеклянными и кварцевыми пластинками 7, нормаль к поверхности которых составляет с оптической осью резонатора угол Брюстера. Благодаря наличию окон Брюстера минимальны потери на отражение для излучения, поляризованного в плоскости падения (стрелки на рис. 2) и невозможна генерация излучения, поляризованного в перпендикулярной плоскости (точки на рис. 2). Действительно, если плоскость поляризации (т.е. плоскость, в которой лежит вектор \vec{E}) света параллельна его плоскости падения, то при падении света под углом Брюстера отраженная волна отсутствует. Следовательно, потери

излучения из-за отражения равны нулю, и волна, преломляясь, выходит через торец. Когда же плоскость поляризации перпендикулярна плоскости падения, то при падении света под углом Брюстера амплитуда отраженной волны отлична от нуля, что приводит к большим потерям излучения.

Генерация ОКГ становится возможной, если выполнена юстировка (точная настройка) оптического резонатора ОКГ, заключающаяся в установке зеркал 5 и 6 перпендикулярно его оптической оси (показана штрихпунктирной линией на рис.2). Такое положение зеркал удерживает излучение в пределах границ их поверхностей отражения при многократных проходах через разрядную трубку 1.

Среди различных конфигураций оптических резонаторов одним из наименее чувствительных к погрешностям юстировки является плоскосферический, образованный плоским 5 и сферическим 6 зеркалами. Это объясняется тем, что сферическое зеркало, обладающее фокусирующим свойством, не требует столь точной юстировки, как плоское.

В ОКГ используют зеркала с многослойным покрытием, обладающие селективным отражением. Поэтому повышение объемной спектральной плотности энергии излучения ρ_v в резонаторе происходит в чрезвычайно узком диапазоне длин волн вокруг значения λ_1 , для которого коэффициент отражения покрытия максимален. Следовательно, интенсивность вынужденного испускания, пропорциональная величине ρ_v , существенно преобладает для перехода с длиной волны излучения λ' , имеющего общий энергетический уровень с другими переходами, создающими, например, излучение с $\lambda_2 = 1,15$ мкм, $\lambda_3 = 3,39$ мкм и т.д. Поэтому конкуренция вынужденных переходов в неоне ослабляется и становится возможной генерация, например, видимого излучения с $\lambda_1 = 0,63$ мкм.

Описание экспериментальной установки

Установка (рис. 3) состоит из ОКГ на смеси гелия и неона; источника накачки (блок питания ОКГ) со встроенным миллиамперметром и вольтметром; измерителя мощности оптического излучения ИМО-3 и регулируемого источника питания.

ОКГ смонтирован на корпусе источника накачки со встроенным миллиамперметром и вольтметром. Для определения зависимости мощности излучения ОКГ от тока разряда изменяют напряжение источника питания, поворачивая ручку автотрансформатора на передней панели источника питания. Задаваемое напряжение контролируется по встроенному вольтметру, а ток разряда – по встроенному миллиамперметру. Рабочий диапазон напряжений, подаваемых с источника питания на источник накачки ОКГ, ориентировочно составляет $190 \div 250$ В, при этом ток разряда меняется в пределах $0,63 \div 0,85$ мА.

Для измерения мощности излучения применяется прибор ИМО-3. Он состоит из специализированного цифрового измерителя ЦР6802 и первичного измерительного преобразователя (ПИП-1), подключаемого к измерителю. Принцип работы прибора заключается в поглощении приемным

элементом ПИП-1 мощности лазерного излучения. При этом пучок излучения, попадающий в рабочую секцию, вызывает нагрев приемного элемента и спаев термобатареи. Возникающая термоэдс, эквивалентная мощности излучения, поступает в измеритель. Здесь производится аналого-цифровое преобразование сигнала с выдачей кода на цифровое табло, с которого и считывается мощность излучения в милливаттах. Для подготовки ИМО-3 к измерениям необходимо:

- расположить ПИП-1 таким образом, чтобы его входное окно было ориентировано на оптическую ось ОКГ;
- на ПИП-1 тумблер «Р-Е» переключить в положение «Р»;
- нажать на панели измерителя кнопки «ВКЛ.», «ИЗМ» и «100 мВт»;
- дать выдержку 5 минут для вхождения прибора в рабочий режим;
- ручкой «Уст. 0» выставить на табло нулевое значение сигнала.

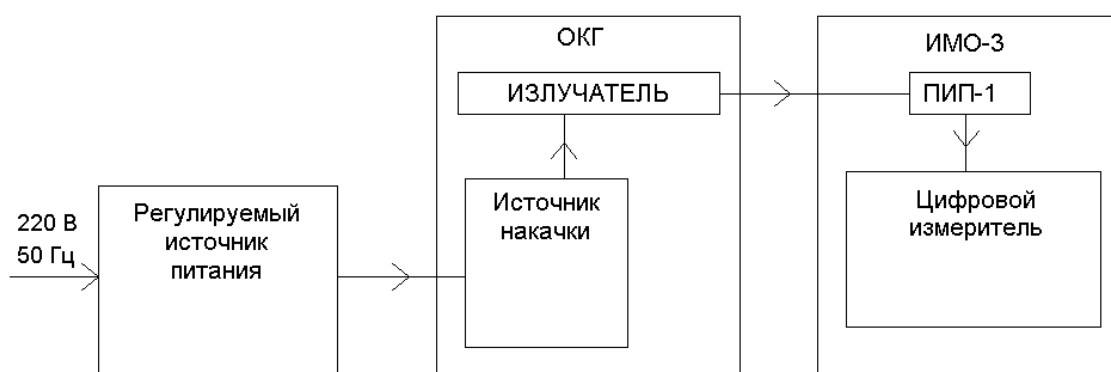


Рис. 3. Блок-схема экспериментальной установки для измерения мощности и к.п.д. ОКГ

Порядок выполнения работы

1. Подключить источник накачки к гнезду «0...250 В» источника питания.
2. Источник питания включить в сеть ~220 В, переключить тумблер «сеть» в положение «вкл» и задать по вольтметру 250 В.
3. На источнике накачки тумблер «высокое-откл.» переключить в положение «высокое». Примерно через 2 минуты начнется генерация излучения.
4. Проверить точность попадания луча лазера в приемное окно ПИП-1.
5. Снять зависимость мощности генерации ОКГ от тока разряда. Следует учесть, что в ходе работы из-за конструктивных особенностей установки существует колебательный характер мощности излучения ОКГ. Поэтому для выполнения этого задания рекомендуется следующее:
6. а) в диапазоне изменения тока разряда задать через источник питания, регулируя напряжение в пределах $250 \div 190$ В, пять значений тока, выдаваемого источником накачки;
7. б) проводить измерения для каждого из них в течение 10 минут с шагом в две минуты.

Обработка результатов

1. Для пяти серий измерений произвести статистическую обработку полученных данных и представить их в графическом виде, определяя к.п.д. ОКГ для максимального значения мощности генерации по формуле $\eta = P_{\text{ген}} / P_{\text{потр}}$, где $P_{\text{ген}}$ и $P_{\text{потр}}$ – соответственно генерируемая и потребляемая мощности лазера. Сравнить полученное значение к.п.д. со справочными данными.
2. Сделать выводы относительно динамики изменения мощности генерации лазера при изменении тока разряда.

Контрольные вопросы и упражнения

1. Что такое накачка? Какие виды накачки используются в лазерах?
2. Какие виды столкновений в газовой среде лазера вы знаете?
3. Как создать максимальную инверсию в He-Ne смеси?
4. Объясните принцип работы He-Ne лазера, используя энергетическую диаграмму на рис. 1.
5. Почему существует оптимальное произведение давления и диаметра трубки PD ?
6. Чем определяется оптимальное отношение парциальных давлений $P_{\text{He}} / P_{\text{Ne}}$?
7. Почему наименьшей мощности ОКГ соответствует максимум разрядного тока?
8. Объясните конструкцию разрядной трубки.
9. Какие виды зеркал используются в ОКГ?

Список литературы

1. Ярив А. Квантовая электроника. Гл.10. М.: Сов. Радио, 1980.
2. Звелто О. Принципы лазеров. Гл.6. М.: Мир, 1990.
3. Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. Лекция 13. М.: Наука, 1988.

Лабораторная работа № 8. Плоский волновод – одномерная потенциальная яма

Цель работы: исследование математической модели плоского волновода, которая, как будет показано, в математическом смысле эквивалентна модели квантовой частицы, совершающей одномерное движение в потенциальной яме.

Теоретическое введение

Рассмотрим задачу о распространении электромагнитного поля в изотропном плоском непоглощающем волноводе. Напряженность электрического поля подчиняется волновому уравнению:

$$\Delta E - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где зависимость диэлектрической проницаемости $\varepsilon(r)$ от координат определяется структурой волновода, $\mu=1$. Волновод образован тремя плоскопараллельными слоями сред с различными показателями преломления (рис.1). Для простоты рассмотрим случай, когда $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \delta$. В декартовой системе координат

$$\varepsilon(r) = \varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_1 + \delta, & |x| < \frac{a}{2} \\ \varepsilon_1, & |x| > \frac{a}{2} \end{cases}. \quad (2)$$

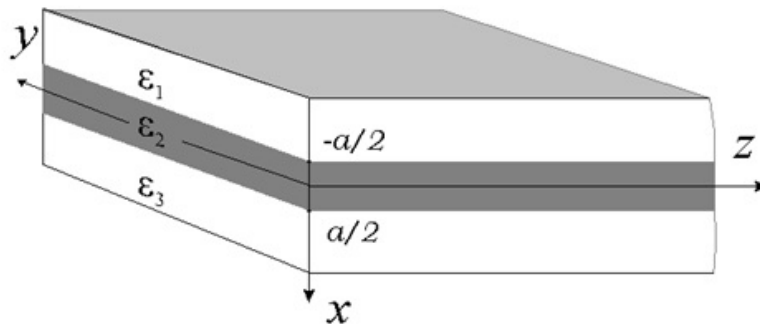


Рис. 1. Структура волновода

Пусть на трехслойную структуру, изображенную на рис.1, от некоторого источника, находящегося слева по оси z , падает монохроматическое поле с частотой ω . Поскольку мы рассматриваем задачу на плоскости, то все решения для составляющих поля могут быть сделаны независимыми от координат по оси y . Поле внутри структуры будем искать в виде плоской волны, распространяющейся вдоль оси z :

$$E(x, y, z, t) = \Psi(x, z) e^{i(\omega t - \beta z)}, \quad (3)$$

где $\beta = k_z$ – продольная компонента (вдоль оси z) волнового вектора \vec{k} для собственной волны (моды) волновода, или константа распространения (КР) моды. Подставляя (3) в (1), получим волновое уравнение для КР:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + (k_0^2 \varepsilon(x) - \beta^2) \Psi = 0, \quad (4)$$

где $k_0 = \omega / c$ – волновое число в вакууме.

Уравнение Шредингера

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (5)$$

при гармонической зависимости волновой функции от времени

$\Psi \sim \exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right)$ приводит к уравнению

$$\hat{H}\Psi = E\Psi, \quad (6)$$

где \hat{H} – гамильтониан частицы, E – ее полная энергия (не следует путать с электрическим полем E). Если в гамильтониан входят кинетическая энергия и одномерный потенциал $V(x)$, то мы получаем

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x)\Psi = E\Psi. \quad (7)$$

В квантовой механике деление полной энергии на кинетическую и потенциальную не имеет смысла, поскольку это противоречит принципу неопределенности. Действительно, тот факт, что частица обладает определенной кинетической энергией T , был бы равносильным наличию определенного импульса. Аналогично, тот факт, что частица имеет определенную потенциальную энергию U , означал бы, что частица находится в точно определенном месте пространства. Так как координата и импульс не могут одновременно иметь определенных значений, не могут быть определены одновременно точно T и U , несмотря на то, что полная энергия E имеет вполне определенное значение.

Уравнение (7) можно представить в более удобном виде

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + [E' - U(x)]\Psi = 0, \quad (8)$$

если ввести следующие обозначения: для приведенного потенциала – $U(x)$ и для приведенной полной энергии – E' :

$$U = \frac{2m}{\hbar^2} V, \quad E' = \frac{2m}{\hbar^2} E. \quad (9)$$

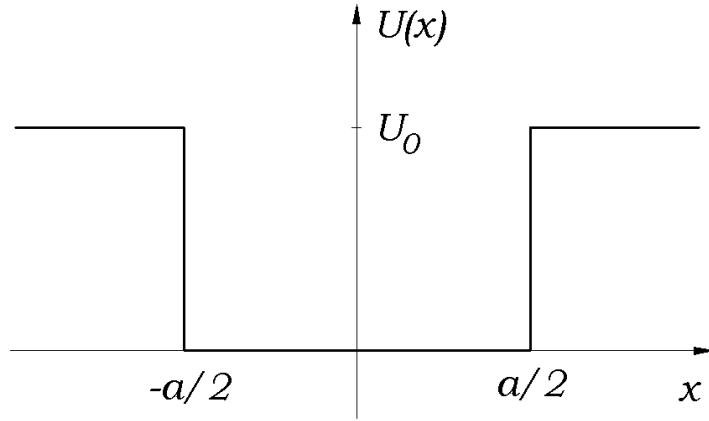


Рис. 2. Вид функции приведенного потенциала

$$U(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a/2, \\ U_0, & |x| > a/2. \end{cases}$$

Рассмотрим одномерное движение частицы в прямоугольной потенциальной яме, то есть в поле с функцией $U(x)$, изображенной на рис. 2.

В области $-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2}$ имеем уравнение Шредингера

$$\Psi'' + E'\Psi = 0, \quad (10)$$

(штрих означает дифференцирование по x), а вне ямы

$$\Psi'' + (E' - U_0)\Psi = 0. \quad (11)$$

Решения уравнений (10) и (11) представляются в виде

$$\begin{cases} \Psi(x) = Ae^{kx}, & x < -a/2, \\ \Psi(x) = B \sin kx + C \cos kx, & -a/2 < x < a/2, \\ \Psi(x) = De^{-kx}, & x > a/2, \end{cases} \quad (12)$$

где введены обозначения:

$$k = (E')^{1/2}, \quad \kappa = (U_0 - E')^{1/2}, \quad (13)$$

где k – латинская, κ (каппа) – греческая буквы.

Кроме того, из симметрии задачи ясно, что распределение вероятностей должно быть симметрично относительно начала координат, откуда следует возможность двух типов решений – четных и нечетных.

Для нахождения постоянных A, B, C, D и E' используем условия сшивки волновых функций и их производных в точках $\pm a/2$, а также условия симметрии. Сшивая волновые функции и их производные, для четных состояний получим:

$$C \cos\left(\frac{ak}{2}\right) = Ae^{-\frac{a\kappa}{2}}, \quad kC \sin\left(\frac{ak}{2}\right) = A\sigma e^{-\frac{a\kappa}{2}},$$

откуда

$$\kappa = k \operatorname{tg}(\kappa a / 2). \quad (14)$$

Для нечетных состояний имеем:

$$B \sin\left(\frac{ak}{2}\right) = A e^{-\frac{ak}{2}}, \quad kB \cos\left(\frac{ak}{2}\right) = -A \kappa e^{-\frac{ak}{2}}, \quad \text{что дает}$$

$$\kappa = -k \operatorname{ctg}\left(\frac{ak}{2}\right). \quad (15)$$

Поскольку, согласно (13), в k и κ входит искомая полная энергия E' , для четных состояний ее можно определить из уравнения (14), а для нечетных – из уравнения (15). Уравнения (14) и (15) являются трансцендентными и могут быть решены только численно. Однако, качественно можно рассмотреть поведение их решений с помощью графического метода. Из (13) следует:

$$k^2 + \kappa^2 = U_0. \quad (16)$$

Далее будет удобнее использовать новые переменные $w = ak/2$ и $u = ak/2$. В этих переменных уравнения (13), (14) и (15) примут вид соответственно

$$w = u \operatorname{tgu}, \quad (17)$$

$$w = -u \operatorname{ctgu}, \quad (18)$$

$$w^2 + u^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot U_0. \quad (19)$$

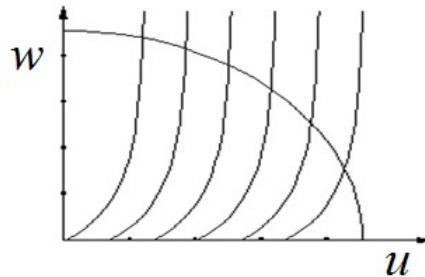


Рис. 3. Графический способ решения уравнений (16)-(18).

Разрешенные значения (уровни) энергии можно найти из координат точек пересечения кривых (17) и (19) для четных состояний и (18) и (19) – для нечетных на плоскости (u, w) . На рис. 3 показан случай четных состояний.

Уравнение (17) определяет ряд кривых, асимптотически стремящихся к бесконечности при $u \rightarrow (2n+1)\pi/2$, $n = 0, 1, 2, \dots$, а уравнение (19) – окружность радиуса $\frac{a}{2}\sqrt{U_0}$. Видно, что число уровней зависит от радиуса окружности, т.е. от a и U_0 .

В заключение вернемся к волноводной интерпретации уравнения (4). В этом случае локализованным решениям отвечают т.н. моды волновода, т.е.

собственные электромагнитные волны, локализованные по направлению x (рис. 1) в центральном слое, однородные по направлению y и распространяющиеся вдоль оси z .

Если ввести для удобства в уравнении (4) безразмерную координату $\xi = k_0 x$, то оно примет вид, аналогичный (10) и (11):

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \left(E'(x) - \left(\frac{\beta}{k_0} \right)^2 \right) \Psi = 0. \quad (20)$$

Учитывая (2), получим, что $E' = \varepsilon_2 - \left(\frac{\beta}{k_0} \right)^2 > 0$, $(E' - U_0) = \varepsilon_1 - \left(\frac{\beta}{k_0} \right)^2 < 0$

и $U_0 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \delta$, то есть разности диэлектрических проницаемостей центрального слоя и окружающих сред соответствует приведенная «глубина» потенциальной ямы.

В теории волноводов уравнения (14)÷(15) и (17)÷(18), определяющие КР β и длины волн мод, называют дисперсионными. Отметим, что локализация поля возможна только когда $\delta > 0$, т.е. структура, показанная на рис. 1, обладает волноводными свойствами только когда диэлектрическая проницаемость у центрального слоя больше, чем у "оболочки". Аналогично дискретности уровней энергии частицы в потенциальной яме, дискретным является и спектр волноводных мод, каждой из которых соответствует индекс n .

Порядок выполнения работы

1. Используя возможности современных средств программирования (например, Maple, Mathcad и т.д.), найти графически число мод плоского волновода с заданными показателями преломления и толщиной центрального слоя и оценить константы распространения мод. Изучить зависимость числа мод от параметров волновода.
2. Найти константы распространения β , численно решая дисперсионные уравнения с помощью метода Ньютона. В качестве начального приближения для поиска корней дисперсионных уравнений взять результаты графического метода.
3. Построить графически профили $\Psi(x)$ поперечной структуры полей мод для разных индексов n .

Справочные данные

Считать, что показатель преломления центрального слоя может меняться от 1,6 до 1,9, показатель преломления оболочки равен 1,5. Дисперсией показателя преломления пренебречь. Толщину центрального слоя следует выбирать равной от одной до нескольких длин волн света в вакууме.

Метод Ньютона для численного решения уравнений вида $F(x) = 0$ состоит в итерационной процедуре $x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)}$, которая

заканчивается при достижении требуемой точности μ , т.е. когда $|x_{n+1} - x_n| < \mu$.

Контрольные вопросы и упражнения

1. Получите волновое уравнение (1) из уравнений Максвелла.
2. Сформулируйте принцип неопределенности Гейзенберга.
3. Почему полная энергия квантовой частицы не может быть представлена в виде суммы точно определенных кинетической и потенциальной энергий?
4. Объясните физический смысл Ψ -функции.
5. Что такое мода волновода и чем она характеризуется?
6. Как объяснить дискретность мод волновода?

Список литературы

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.3. Квантовая механика. Гл. 3. М.: Наука, 1973.
2. Пул Ч. Справочное руководство по физике. Гл. 19, 20. М.: Мир, 2001.
3. Введение в интегральную оптику / Под ред. М. Барноски. М.: Мир, 1977.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. 5. Квантовая оптика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц: учеб. пособие для ВТУЗов. Гл.4. М.: ООО «Изд-во Астрель», 2002.